EXPLORANDO O UNIVERSO DA MATEMÁTICA

TEORIA E APLICAÇÕES

ORGANIZADOR:

FABRÍCIO MORAES DE ALMEIDA

Atena Editora

Ano 2024

EXPLORANDO O UNIVERSO DA MATEMÁTICA

TEORIA E APLICAÇÕES

ORGANIZADOR:

FABRÍCIO MORAES DE ALMEIDA

Atena Editora

Ano 2024

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Camila Alves de Cremo
Ellen Andressa Kubisty
Luiza Alves Batista
Nataly Evilin Gayde
Thamires Camili Gayde
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Explorando o universo da matemática: teoria e aplicações

Diagramação: Ellen Andressa Kubisty
Correção: Andria Norman
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Fabrício Moraes de Almeida

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

E96 Explorando o universo da matemática: teoria e aplicações / Organizador Fabrício Moraes de Almeida. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2024.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-2247-1
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.471240602

1. Matemática. 2. Cálculo. I. Almeida, Fabrício Moraes de (Organizador). II. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

DECLARAÇÃO DA EDITORA

APRESENTAÇÃO

A matemática é uma ciência que estuda o raciocínio lógico e a estrutura das relações entre números, formas e quantidades. Ela é uma ciência fundamental, que é usada em todas as áreas do conhecimento, desde a física e a química até a engenharia e a economia. O universo da matemática é imenso, por exemplo, uma abordagem é estudar a teoria matemática, que se concentra nos fundamentos da matemática, como os números, as funções e as estruturas geométricas. Outra abordagem é estudar as aplicações da matemática, que se concentram no uso da matemática em outras áreas do conhecimento.

A teoria matemática é essencial para o desenvolvimento das áreas da matemática, mas também pode ser usada para resolver problemas nas diversas áreas do conhecimento. Alguns dos principais tópicos da teoria matemática podem ser: **Álgebra, Análise, Geometria, Lógica dentre outros. E a**s aplicações da matemática são infinitas, por exemplo, a engenharia matemática, a matemática computacional e a epidemiologia matemática.

De forma geral, a matemática é uma ciência fascinante e desafiadora, que pode modelar o mundo. Explorando o universo da matemática, é possível aprender o exercício do pensamento lógico e a resolver qualquer tipo de problema trivial ou complexo.

Portanto, **Explorando o universo da matemática: teoria e aplicações** deve impulsionar os avanços das ciências, das engenharias e da inovação em amplo espectro. Diante disso, o livro apresenta os conceitos teórico-práticos nos resultados obtidos pelos diversos autores e coautores no desenvolvimento de cada capítulo com conhecimento técnico-científico minucioso. É certo que a Atena Editora oferece uma divulgação científica com qualidade e excelência, fundamental para garantir o destaque entre as melhores editoras do Brasil.

Fabrício Moraes de Almeida

SUMÁRIO

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

ANÁLISE GEOESTATÍSTICA APLICADA AO ESTUDO GEOEPIDEMIOLÓGICO DA LEISHMANIOSE TEGUMENTAR AMERICANA (LTA)

Data de aceite: 01/02/2024

Carlos Alberto Paraguassú-Chaves
Doutor em Ciências da Saúde - Universidade de Brasília - UnB, Brasil; Doutor em Ciência pela Universidade de Havana - Cuba; Pós-Doutor em Ciências da Saúde - UnB e Universidade Degli Studi D'Aquila - IT. Professor Titular do Instituto Universitário do Rio de Janeiro - IURJ, Brasil

Fabrício Moraes de Almeida
Doutor em Física (UFC), com Pós-Doutorado em Desenvolvimento Científico Regional (DCR/CNPq). Pesquisador do Programa de Doutorado e Mestrado em Desenvolvimento Regional e Meio Ambiente (PGDRA/UFRO). Líder do GEITEC — Universidade Federal de Rondônia, Brasil. Bolsista do CNPq DTI – A

Fabio Robson Casara Cavalcante
Doutor em Ciências: Desenvolvimento Socioambiental. Mestre em Administração Rural e Comunicação Rural. Professor Associado III da Universidade Federal de Rondônia (UFRO), Brasil

Marcos Antônio Araújo dos Santos
Especialista em Análise Ambiental e em Direito. Advogado da área ambiental, pesquisador voluntário do Instituto AICSA

RESUMO: A capítulo de livro apresenta uma pesquisa multidisciplinar sobre a Leishmaniose Tegumentar Americana (LTA) que constitui uma das parasitoses com características específicas em diversas regiões do Brasil. Nos últimos anos, observam-se variações no aumento do número de casos desta doença em diferentes regiões do país. No estado de Rondônia, a LTA é considerada uma das doenças endêmicas. Esta pesquisa descreveu aspectos geoepidemiológicos da doença nos municípios que compõem o Sul do Estado no período compreendido aos anos 2013 e 2022. A pesquisa revelou que a krigagem pode ser uma ferramenta útil na análise geoestatística de tendência da LTA. Predominou a população do sexo masculino, faixa etária (15 a 30) anos e de cor branca. O maior número de casos foi oriundo da zona urbana, resultados da adaptação dos flebótomos à periurbanização das cidades na Amazônia, conforme previsto por Paraguassú-Chaves [3]. Quanto aos aspectos clínicos a lesão cutânea (LC) predominou. Na região de estudo a LTA apresenta-se com problema de saúde pública por sua alta endemicidade. Identificou-se algumas variáveis epidemiológicas importantes para

o estudo na Amazônia brasileira e que podem condicionar e/ou determinar áreas associadas a possíveis riscos de infecção pelos parasitos.
PALAVRAS-CHAVE: Leishmaniose Tegumentar Americana (LTA). Geoestatística. Geoepidemologia. Sul de Rondônia. Amazônia.

GEOSTATISTICAL ANALYSIS APPLIED TO THE GEOEPIDEMIOLOGICAL STUDY OF AMERICAN TEGUMENTARY LEISHMANIASIS

ABSTRACT: American cutaneous leishmaniasis is one of the parasitic diseases with specific characteristics in several regions of Brazil. In recent years, there have been variations in the increase in the number of cases of this disease in different regions of the country. In the state of Rondônia, ACL is considered one of the endemic diseases. This research described geoepidemiological aspects of the disease in the municipalities that make up the south of the state in the period between 2013 and 2022. The research revealed that kriging can be a useful tool in the geostatistical trend analysis of ACL. There was a predominance of males, aged (15 to 30) years and white. The largest number of cases came from the urban area, as a result of the adaptation of sandflies to the periurbanization of cities in the Amazon, as predicted by Paraguassú-Chaves [3]. Regarding the clinical aspects, the cutaneous lesion (CL) predominated. In the study region, ACL is a public health problem due to its high endemicity. Some epidemiological variables were identified that are important for the study in the Brazilian Amazon and that may condition and/or determine areas associated with possible risks of infection by parasites.
KEYWORDS: American cutaneous leishmaniasis. Geostatistics. Geoepidemology. South of Rondônia. Amazon.

INTRODUÇÃO

A distribuição das doenças mais incidentes do quadro epidemiológico de Rondônia, Amazônia Ocidental está associada com os diversos processos socioeconômicos e ambientais, decisivos na construção, configuração e reconfiguração do espaço geográfico e potenciam ou amortizam os condicionantes e determinantes do processo de produção de doenças. Observa-se atualmente, tanto a ocorrência de danos comum às regiões em desenvolvimento, como malária, tuberculose, sarampo, leishmaniose, hanseníase, coqueluche, como aquelas relacionadas ao saneamento como as doenças diarreicas e hepatites infecciosas [1]. O problema de nossa indagação é a Leishmaniose Tegumentar Americana (LTA) na região Sul de Rondônia. Quais as condicionantes e/ou determinantes para sua endemicidade?

Desde os fundamentos da patologia tropical, se considera que em extensas áreas das regiões tropicais, prevalece ou tem caráter exclusivo, um conjunto de moléstias, muitas delas com caráter endêmico, cuja presença se condiciona à existência de agentes etiológicos ou, a “mecanismos de transmissão”, nitidamente relacionados com determinadas

condições bioclimáticas do ambiente tropical, não obstante as práticas da higiene e da medicina moderna têm derrubado os velhos prejuízos da fatalidade climática [2].

O meio geográfico cria condições constantes e necessárias para a incidência e propagação de numerosas moléstias na Amazônia. Tanto o desenvolvimento de vetores, como a multiplicação de organismos patogênicos estão ligados ao meio geográfico e especialmente às condições climáticas. Não obstante, o desenvolvimento da medicina social, da saúde coletiva e inclusive da ecologia social, postula a ampliação da definição de patogênicos a componentes sociais. Entre as propostas de trocas na teoria da saúde pública atual, se propõem reconhecer como agentes patogênicos centrais de análise, as iniquidades, a hierarquia de classes, o racismo, a decadência regional e a fragmentação social [3, 4, 5, 6, 7].

A Leishmaniose Tegumentar Americana (LTA), é uma doença parasitária de pele e de mucosas, de caráter pleomórfico, causada por protozoários do gênero *Leishmania*. A doença cutânea apresenta-se classicamente por pápulas, que evoluem para úlceras com bordas elevadas e fundo granuloso, podendo ser única ou múltipla e são indolores. Também podem manifestar-se por placas verrugosas, papulosas, localizadas ou difusas [8]. Esta patologia caracteriza-se por ser primariamente uma zoonose de animais silvestres como marsupiais e roedores, e com a urbanização da LTA, animais como cão, cavalo e roedores domésticos estão envolvidos na cadeia epidemiológica como reservatório [9].

As infecções causadas por protozoários da Ordem Kinetoplastida – *trypanosoma cruzi, Leishmania chagasi* e *Leishmania brasiliensis* são enzoóticas nos trópicos, em cuja floresta úmida encontra-se abundância de reservatórios mamíferos, vetores e ecótopos naturais onde são observados os elos da cadeia de transmissão. A degradação desse ecossistema pela ação antrópica como desmatamento pode levar à ruptura de cadeia trófica, propiciando a transferência da enzootia para a população humana [10]. O modo da infecção pelos parasitos dos complexos “mexicana” e “*brasiliensis*” depende do contato direto dos indivíduos com o ambiente florestal, uma vez que seus vetores têm os biótopos e as atividades aí localizados.

Laison e Shaw [11, 12, 13] atribuíram a alta incidência de leishmaniose em determinadas áreas da Amazônia, aos grandes contingentes humanos que penetram na floresta, não apenas como consequência das aberturas de rodovias senão também pela ocupação dos grandes espaços vazios da região. Há evidências de que os grupos de trabalhadores que desmatavam a floresta para a construção de rodovias ou realizavam trabalhos de extrativismo vegetal, eram os mais atacados [14, 15]. Afirma ainda que nenhum controle da doença poderá ser proposto sem o conhecimento profundo do parasita e sua epidemiologia, uma vez que as leishmanioses são moléstias predominantemente silvestres, e a incidência tem sido verificada em várias regiões do mundo, notadamente nas áreas de florestas tropicais. A Amazônia é a região tropical de maior extensão e a área onde se tem encontrado a maior variedade de *leishmanias*.

De acordo com Corrêa [16] referindo-se a Fraiha (1976), a incidência das leishmanioses na Amazônia ainda não é bem conhecida devido às dificuldades para o diagnóstico diferencial com outras dermatoses e também porque um número reduzido de pacientes procura o médico para tratamento, seja por ignorância ou por falta de recursos. Nessas circunstâncias, a doença se apresenta com alta prevalência, principalmente nas zonas rurais, com quadros nosológicos que assumem formas graves que determinam mutilações e defeitos sérios, as vezes permanentes.

Segundo Paraguassú-Chaves [3], a revisão taxonômica da leishmaniose do Novo Mundo foi realizada na Amazônia pelo Instituto Evandro Chagas de Belém. Existem três espécies de parasitas, biológicas e bioquimicamente diferentes das formas tegumentares humanas na região amazônica: L. *braziliensis* ou *Leishmania* (viannia) *braziliensis*; L. *braziliensis guyanensis* ou *Leishmania* (viannia) *guyanensis* e L. *mexicana amazonensis* ou *Leishmania amazonenses*.

Na situação particular de Rondônia, a Leishmaniose Tegumentar Americana, considerada enzoótica entre animais silvestres, aumentou o número de picos epidêmicos em áreas de floresta primária submetidas à intervenção humana em os anos 70 e 80, e ainda nos dias atuais permanece alta incidência. A rica fauna de flebotomíneos e mamíferos foram encontrados *Lutzomyas, Psychodopygus* e *Brumptomia*. Das 40 espécies de flebotomíneos catalogadas em Rondônia, há predomínio de espécies de P. *davisi*, e P. *geniculatus*, L. *umbratillis*, L. *whitmani*, P. *welcome*, L. *flaviscutellata*, P. *ayrozai*, P. *Llanosmartinsi* [3, 4, 5, 6, 7]. Entretanto, a LTA, ganha outra forma ou cenário epidemiológico em Rondônia, configurando-se como uma doença predominante urbana. A maior representatividade desse novo cenário pode ser observada nos municípios da região Sul de Rondônia.

O objetivo deste estudo foi descrever os aspectos epidemiológicos da LTA em um subespaço de Rondônia (Sul de Rondônia) para os anos de 2013 e 2022 (intervalo de 10 anos) utilizando o método da Krigagem Indicativa e ainda, identificar o perfil epidemiológico dos indivíduos com LTA, caracterizando-se as seguintes variáveis: casos confirmados, sexo, faixa etária, etnia/cor da pele, local de residência, origem das pessoas, ocupação, atividade econômica, se é autóctone, forma clínica, tipo de entrada, critério de confirmação, e evolução do caso.

MATERIAIS E MÉTODO

Trata-se de um estudo epidemiológico retrospectivo desenvolvido nos municípios localizados no Sul de Rondônia segundo modelo desenvolvido por Paraguassú-Chaves [3], compreendendo os municípios de Vilhena, Cerejeiras, Cabixi, Corumbiara, Pimenteiras do Oeste, Chupinguaia e Colorado do Oeste.

Para as análises do perfil epidemiológico em pacientes acometidos com a LTA, foram realizados levantamentos dos registros contidos no banco de dados do SINAN

(Sistema Nacional de Agravo e Notificação) junto a Secretaria Estadual de Saúde, relativos ao período de 2013 e 2022. As associações de interesse foram verificadas através do teste de qui-quadrado e do teste t, com intervalo de confiança com 95% e valor de p<=0,050.

Os indicadores epidemiológicos foram baseados em frequencia representada por percentagem. Nas orientações do Ministério da Saúde, foram calculados o coeficiente de incidência. Para verificação do coeficiente de incidência de casos, foram adaptados aos padrões recomendados pelo Ministério da Saúde [17, 18], que orienta para o cálculo o levantamento dos seguintes tópicos: Número de casos novos confirmados de LTA (código B55.1 e B55.2 da CID-10), por 100 mil habitantes, na população residente em determinado espaço geográfico, no ano considerado.

MÉTODO

Krigagem

Para obter um diagnóstico mais efetivo dos fatores e variáveis geoepidemiológicos e da produção social da LTA, utilizou-se o Método de Krigagem para analisar a variabilidade espacial dos indicadores existentes na área.

Segundo Fuks [19] e Fuks et al., [20], a krigagem é um procedimento de inferência espacial estocástica. O modelo de análise fornece uma estrutura de covariância especial. Pois é uma técnica estatística elaborada que estima uma matriz de covariância espacial que determina pesos atribuídos a diferentes amostras. Um modelo de dependência espacial é obtido, com o intuito de predizer valores também em pontos não amostrados. Esse interpolador pondera os vizinhos do ponto a ser estimado, obedecendo aos critérios de não viés e variância mínima. Existem vários tipos de krigagem: simples, ordinária, universal, indicativa, entre outras.

A krigagem indicativa consiste basicamente em determinar um valor médio em um local não amostrado. Outros valores também podem ser utilizados como base para estimar valores abaixo ou acima de um determinado nível de corte [21]. Essa técnica tem como principal vantagem não ser paramétrica, não necessitando de conhecimento prévio da distribuição para a variável aleatória (AV).

A krigagem de indicação permite estimar a função de distribuição da AV, permitindo a determinação de incertezas e à inferência de valores de atributos em locais espaciais não amostrados. Diferentemente da krigagem linear, o procedimento de krigagem de indicação modela atributos com alta variabilidade espacial, sem a necessidade de ignorar dados amostrais cujos valores estão muito distantes de uma tendência [22]; [23].

Pode se dizer que o método da krigagem indicativa é baseado em uma transformação binária dos dados, sendo cada dado transformado em um indicador antes de ser submetido às análises geoestatísticas. Por convenção, os dados são codificados em 0 ou 1, se

estiverem acima ou abaixo de determinado valor de corte, respectivamente. O resultado da transformação é um novo conjunto de dados, composto de 0 e 1, o qual é, então, submetido às análises geoestatísticas. O uso dessa técnica permite a construção de mapas de zonas homogêneas.

Para a elaboração dos Mapas de Probabilidade de ocorrência de LTA nos municípios do Sul de Rondônia foram utilizados os seguintes fatores: número de casos por município, coeficiente de detecção por município, hipsometria do terreno (altimetria), expansão urbana, periurbanização e expansão da fronteira agropecuária.

RESULTADOS

Os dados indicam que em 2013 e 2022 foram confirmados 206 e 160 novos casos de LTA respectivamente na região Sul de Rondônia. No ano de 2013 no estado de Rondônia foram confirmados 1.270 casos novos de LTA distribuídos em 52 municípios e 759 casos confirmados no ano de 2022.

Município	Nº de Casos/2013	%	Nº de Casos/2022	%	Média %
Vilhena	155	75,0	127	79,4	77,2
Cerejeiras	8	4,0	3	2,0	3,0
Cabixi	2	1,0	5	3,1	2,1
Pimenteiras do Oeste	2	1,0	1	0,6	0,8
Corumbiara	9	4,7	1	0,6	2,6
Chupinguaia	13	6,3	14	8,7	7,5
Colorado do Oeste	17	8,0	9	5,6	6,8
Total	206	100,0	160	100,0	100,0

Tabela 1. Distribuição de novos casos de LTA confirmados nos anos de 2012 e 2013por município da região Sul de Rondônia

Fonte: Elaboração da pesquisa.

Entre os casos confirmados no ano de 2013 (88,6%) ocorreu em pessoas do sexo masculino e 11,4% em pessoas do sexo feminino, enquanto que no ano de 2022, foram 89,5% no sexo masculino e 10,5% no feminino (tabela 2). Neste mesmo período em Rondônia, predominou a população do sexo masculino com média de 88,5% de casos confirmados de LTA. Comparável ao Estado de Rondônia, a distribuição de casos confirmados foi semelhante em com relação ao sexo, não havendo diferenças significativas (X2=3,0900; p=0,0787).

Identificou-se que idade dos indivíduos confirmados com LTA, variou de menos de 1 ano de idade a maior que 60 anos. Os novos casos foram mais prevalentes na faixa etária de 20 a 39 anos em 2013 (62,5%) e 2022 (36,6%), com a média nessa faixa etária

de 49,6% no período de estudo. Entre os casos novos que despertam atenção, estão os < 15 anos com 10,0% em 2013 e 24,6% em 2022 e média de 17,3% (tabela 2). No entanto, a distribuição de novos casos com relação à idade mostrou diferenças significativas com relação aos anos estudados.

Quanto às considerações de classificação de cor especificada pelo Ministério da Saúde do Brasil, as análises revelaram que houve maior prevalência na cor branca (60,0%) em 2013 e em 2022 (62,5%), seguido da etnia/cor da pele parda (32,5%) em 2013 e (21,0%) em 2022 (tabela 2). Nas demais categorias de etnia/cor da pele, mostraram diferenças significativas com relação a região pesquisada (x2 = 61,6750 e p = 0,000). Diferentemente do que se encontra no estudo, no território do estado de Rondônia, predominam pessoas acometidas pela LTA de etnia/cor parda com quase 50% dos casos novos e 36,2% da população branca.

SEXO	**2013 (%)**	**2022 (%)**	**Média (%)**
Masculino	88,6	89,5	89,0
Feminino	11,4	10,5	11,0
Total	100,00	100,0	100,0
FAIXA ETÁRIA	**2013 (%)**	**2022 (%)**	**Média (%)**
1-14	10,0	24,6	17,3
15-19	10,0	7,7	8,8
20-39	62,5	36,6	49,6
40-59	15,0	19,8	17,4
60 ou mais	2,5	5,4	3,9
Ignorado	0,0	5,9	3,0
Total	100,0	100,0	100,0
ETNIA/COR	**2013 (%)**	**2022 (%)**	**Média (%)**
Branca	60,0	62,5	61,3
Preta	7,5	2,5	5,0
Amarela	0,0	0,0	0,0
Parda	32,5	21,0	26,7
Indígena	0,0	2,5	1,3
Ignorado	0,0	11,5	5,7
Total	100,0	100,0	100,00

Tabela 2. Distribuição de novos casos de LTA confirmados no Sul de Rondônia nos anos de 2013 e 2022, segundo o sexo, faixa etária e etnia/cor da pele.

Fonte: SINAN, 2015/2023.

Quanto à área de residência, 52,5% dos indivíduos em 2013 e 66,9% em 2022, informaram residir na área urbana. Residentes na área rural foram respectivamente 45,0% e 21,8% nos anos 2013 e 2022 (tabela 3). Na distribuição por local de residência as diferenças foram significativas em relação aos subespaços (x2 = 21.6104; p = 0,0000).

LOCAL DE RESIDÊNCIA	**2013 (%)**	**2022 (%)**	**Média (%)**
Zona Urbana	52,5	66,9	65,1
Zona Rural	45,0	21,8	24,6
Periurbano	2,5	8,2	7,6
Não Informado	0,0	3,1	2,7
Total	100,00	100,0	100,0

Tabela 3. Local de residência e distribuição das pessoas confirmadas com novos casos de LTA nos anos de 2013 e 2022.

Fonte: SINAN, 2015/2023.

Em relação à origem ou procedência, do total dos indivíduos com LTA confirmados, cerca de 80% são nascidos ou se consideram nativos dos municípios no primeiro ano de estudo e quase 90% dos indivíduos com LTA confirmados são nascidos ou migrantes que se consideram dos municípios no ano de 2022.

Entre os casos confirmados, verificou-se que a média 74,6% de autóctone (tabela 4), sendo encontrado em 2013 (67,5%) e em 2022 (81,7%) de autóctone. Entre os novos casos foi semelhante para os casos autóctone em cada período, não havendo diferenças significativas (X2=3,0900; p=0,0787). Chama a atenção os 32,5% de casos não autóctone encontrado no ano de 2013. Os autóctones assemelham-se aos do Estado de Rondônia, 82,7%.

Quanto aos aspectos clínicos, verificou-se que nas avaliações clínicas realizadas nas quais se encontrou positividade com relação a algum tipo de lesão que, 87,5% foram para lesão cutânea e 12,5% para lesão de mucosa (ano de 2013). Enquanto que em 2022, os resultados positivos foram 90,8% para lesão cutânea, 9,2% para lesão de mucosa (tabela 4). Não se apresenta diferente à do estado de Rondônia, com 91,4% na forma clínica cutânea e 8,6% mucosa.

Dos casos confirmados por tipo de entrada (97,3%) se assemelha aos 95,3% de casos novos confirmados no estado de Rondônia (tabela 4). Não havendo diferença significativa quanto aos casos confirmados por tipo de entrada.

Como esperado, os casos confirmados pelos critérios de confirmação indicam respectivamente (97,5%) em 2013, (89,5%) em 2022 de confirmação clínico-laboratorial na região de estudo e 94% no estado de Rondônia (tabela 4). Os casos confirmados foram semelhantes com relação ao critério de confirmação, não havendo diferenças significativas (X2=3,0900; p=0,0787).

Os indivíduos com LTA apresentavam atividades diversas sendo as mais prevalentes: trabalhadores diversos (17%), trabalhadores agrícolas (13%), trabalhadores em agropecuárias (6,0%), estudantes (6%), motoristas (4%) e pedreiros (4%). De modo geral, entre aqueles que informaram, aproximadamente 75% são pessoas que trabalham diretamente na área urbana.

Autóctone	2013 (%)	2022 (%)	Média (%)
SIM	67,5	81,7	80,2
NÃO	32,5	13,0	15,0
Indeterminado	0,0	5,3	4,8
Total	100,0	100,0	100,0
Forma Clínica	**2013 (%)**	**2022 (%)**	**Média (%)**
Cutânea	87,5	90,8	90,4
Mucosa	12,5	9,2	9,6
Total	100,0	100,0	100,0
Tipo de Entrada	**2013 (%)**	**2022 (%)**	**Média (%)**
Caso Novo	**100**	**97**	**97,3**
Recidiva	0,0	1,6	1,5
Ignorado	0,0	1,4	1,2
Total	100,0	100,0	100,0
Critérios de Confirmação no Sul de Rondônia	**2013 (%)**	**2022 (%)**	**Média (%)**
Clínico-Laboratorial	97,5	89,5	93,5
Clínico-Epidemiológico	2,5	10,5	6,5
Total	100,0	100,0	100,0

Tabela 4. Casos confirmados por origem de procedência, forma clínica, tipo de entrada e critérios de confirmação nos anos de 2013 e 2022.

Fonte: SINAN, 2015/2023.

Dos casos confirmados por evolução do caso prevaleceu a cura com 42,5% e 77,5% respectivamente no período estudo e média de 60,0%, ignorado ou registro na ficha em branco registrou 57,5% e 12,5% respectivamente e média de 35,0% (tabela 5). Neste caso há diferença estatística significante entre a evolução dos casos confirmados e o Estado de Rondônia.

Evolução do Caso	2013 (%)	2022 (%)	Média (%)
Ignorado	**57,5**	12,5	**35,0**
Cura	**42,5**	77,5	**60,0**
Abandono	0,0	8,4	4,0
Óbito por LTA	0,0	0,0	0,0
Óbito por outra causa	0,0	0,5	1,0
Transferência	0,0	1,1	1,0
Mudança de Domicílio	0,0	0,0	0,0
Total	100,0	100,0	100,0

Tabela 5. Casos confirmados por Evolução do Caso nos anos de 2013 e 2022.

Fonte: SINAN, 2015/2023.

DISCUSSÃO

A LTA é considerada um dos problemas de saúde pública em várias regiões do mundo. No estado de Rondônia, Amazônia Ocidental, representa um dos principais problemas endêmicos relacionados à saúde da população. Reconhecendo os diferentes aspectos relacionados à doença podem ajudar caracterizar os diferentes espaços desta região, contribuindo para as mudanças relacionadas ao bem-estar da população [16].

Os dados revelaram que houve 366 casos de LTA confirmados no período de estudo correspondente aos municípios da região Sul do Estado de Rondônia, representando 16,6% das LTA notificadas em Rondônia.

A endemicidade da LTA na região Sul de Rondônia, pode ser observada na tabela 6, com o coeficiente de detecção da doença no ano de 2022. Dos 7 municípios que compõem essa região, 3 municípios são classificados com coeficiente de detecção de LTA Muito Alto (Chupinguaia com 150,2; Vilhena com 132,5; Cabixi com 93,4), 4 municípios classificados em Alto (Colorado do Oeste com 57,5; Pimenteiras do Oeste com 46,4; Cerejeiras com 18,9 e Corumbiara com 13,3). Portanto essa região apresenta municípios endêmicos para LTA.

Com a construção do mapa de probabilidade de ocorrência de LTA no intervalo de 10 anos a tendência se assemelha, ou seja, nas amostras após 10 anos, a produção e distribuição da LTA no Sul de Rondônia, mantém o mesmo padrão geoepidemiológico. No Brasil, adota-se os parâmetros e classificação do Coeficiente geral de detecção de casos de LTA, por 100.000 habitantes, assim distribuídos: Baixo (<2,5), Médio (≥2,5-<10,0), Alto ((≥10,0-<71,0), Muito Alto ((≥71,0).

Taxas elevadas refletem, em geral, baixos níveis de condições de vida, de desenvolvimento socioeconômico e de atenção à saúde. Essa situação não se enquadra na condição social e econômica da população do Sul de Rondônia, a exemplo do município de Vilhena, onde as elevadas taxas de incidências de LTA podem estar relacionadas às condicionantes, altitude, a expansão urbana da cidade, a periurbanização e a transformação da área de floresta e cerrado em pastagem e de produção de grãos.

Para a elaboração dos Mapas de Probabilidade de ocorrência de LTA nos municípios do Sul de Rondônia foram utilizados os seguintes fatores: número de casos por município, coeficiente de detecção por município, hipsometria do terreno (altimetria), expansão urbana, periurbanização e expansão da fronteira agropecuária. Entre as principais variáveis destacam-se: o número de casos novos por municípios, coeficiente de detecção por município, a altitude do terreno (propícia a criadores de flebotomíneos), mobilidade de pessoas e trabalhadores entre a área rural e urbana, atividades econômicas e produtivas dos trabalhadores do campo e da cidade, infraestrutura da expansão urbana das cidades (postos de saúde, hospitais, escolas, creches, água tratada, energia elétrica, telefonia, internet, condições das vias de acesso tais como ruas e avenidas pavimentadas, segurança pública, áreas de lazer, áreas livres, patrimônio histórico e cultural), dimensão

do tamanho entre a área divisória entre a urbana e rural, níveis de desmatamentos e queimadas, expansão do território para atividades agrícola, tais como produção de soja e outras culturas alimentares, a pecuarização, ou seja, a expansão da área rural em pastos para criação de gado bovino.

Os mapas de probabilidade de ocorrência de LTA (Figura 1) foram elaborados a partir da transformação dos dados e que por convenção são codificados em 0 ou 1, se estiverem acima ou abaixo de determinado valor de corte, respectivamente. A codificação 0 ou próximo de 0 (coloração vermelha) representa as condições mais graves de produção social de LTA. A distribuição de pontos amostrais, localizados ao Norte, são representados pelos municípios Vilhena, Chupinguaia e Cabixi. Ao Centro estão os municípios de Colorado do Oeste e Pimenteiras do Oeste e ao Sul os municípios de Cerejeiras e Corumbiara.

Município	**Coeficiente de Detecção**
Vilhena	132,5
Cerejeiras	18,9
Cabixi	93,4
Pimenteiras do Oeste	46,4
Corumbiara	13,3
Chupinguaia	150,2
Colorado do Oeste	57,5

Tabela 6. Coeficiente de Detecção de LTA por 100 mil habitantes nos municípios do Sul de Rondônia.

Fonte: SINAN, 2015/2023.

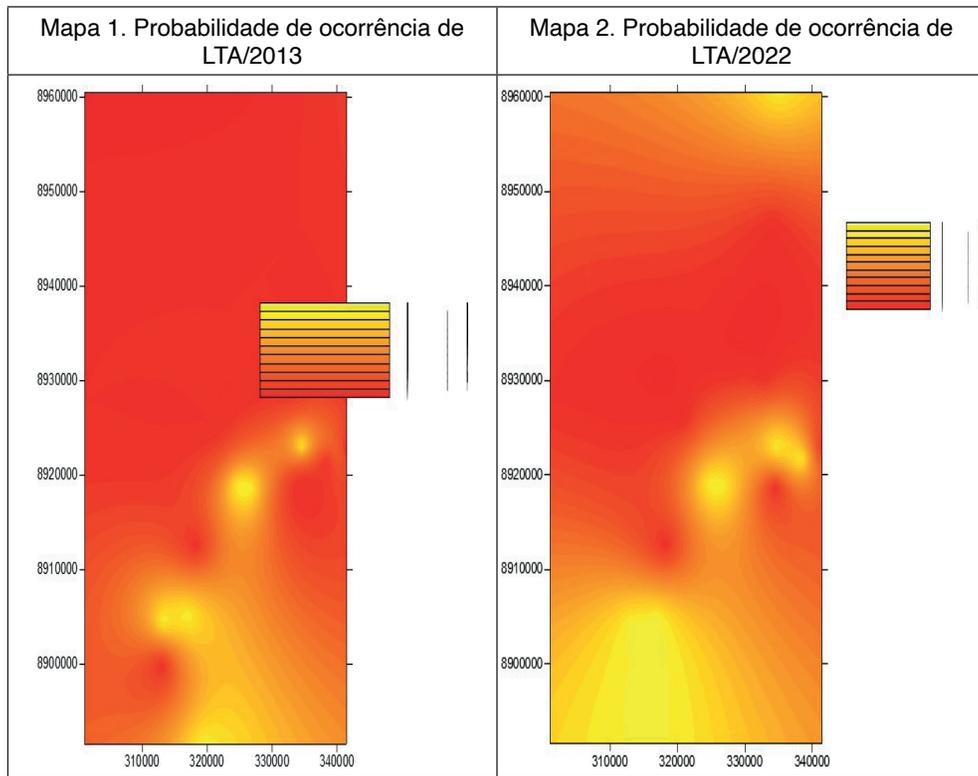



Figura 1 - Mapas de Probabilidade de ocorrência de LTA nos municípios do Sul de Rondônia.

Dessa forma, verificou-se que há predomínio do sexo masculino representando 89,0 % dos casos confirmados no período de estudo. Verificou-se também que entre os períodos estudados no estado de Rondônia não houve diferenças significativas, sendo evidenciado no teste do qui-quadrado (x2 = 3,0900; p = 0,0787).

No que se concerne à faixa etária, estas variavam de 1 ano de idade a maior que 60 anos, prevalecendo entre as faixas etárias de 20 a 39 anos, nos dois períodos estudados. A distribuição de casos confirmados com relação à idade não mostrou diferenças significativas entre os períodos conforme os observados na literatura.

Para corroborar ou não com os achados, buscou-se na literatura especializada estudos similares. Como por exemplo, os dados obtidos por Magalhães et al., [24], em estudo sobre os aspectos clínicos comparativos da LTA na Região Amazônica e Região Centro-Oeste, verificaram que havia incidência significativa da LTA no grupo etário de 15 a 25 anos. Menezes, Aquino e Caldas [25] verificaram dados semelhantes (16 a 30 anos). De acordo com Brasil [17; 26], este padrão de idade sugere que a ocorrência está relacionada com as atividades desenvolvidas pelos acometidos de LTA, em virtude de estarem em período de produtividade. Dados esses, que podem ser observados verificando o período de prevalência da doença, as atividades econômicas e os aspectos de desenvolvimento da região [16].

Corrêa [16] lembra que, quando outros padrões etários são observados, verifica-se que houve menor frequencia na ocorrência. Uma explicação é dada por Veloso et al., [27], quando descrevem que a LTA pode atingir indivíduos de qualquer idade, sendo mais frequente dos 20 aos 40 anos. Outros pesquisadores que corroboram com os achados são, Vieira, Jacobina e Soares [28], que descrevem que maior concentração de casos de LTA está na faixa etária mais produtiva (15-60 anos) de idade e no sexo masculino. Ainda, segundo os mesmos autores, este fator está relacionado ao caráter ocupacional desta endo-epidemia.

Embora não tenha havido diferença entre os períodos estudados quanto à distribuição por sexo e idade, é relevante ressaltar que existem outros fatores que podem proporcionar a infecção desses pacientes, como já citado por Passos et al., [29], que sugere a coexistência de dois modelos de transmissão da LTA. O maior atendimento de homens e adultos sugere transmissão extradomiciliar em população economicamente ativa, fato que pode estar ligado ao maior número de casos em relação ao gênero masculino detectado neste estudo. Outra observação é que dados contidos na literatura descrevem que paralelamente as ações antrópicas que se estabelecem desde o final do século XIX e início do XX, grandes surtos de LTA, levaram ao rápido reconhecimento do caráter ocupacional da parasitose [30].

De acordo com os dados obtidos, a região apresenta maior atividade agrícola que em outras áreas do Estado. A prevalência de homens, com faixa etária produtiva e baixa escolaridade estão ligados ao comportamento social dos residentes desta região e ao perfil dos pacientes estudados neste estudo. Outras pesquisas também revelam dados similares, Name et al., [31] observaram o predomínio da incidência de LTA em homens, agricultores, na faixa etária economicamente ativa. Guerra et al., [32], em estudos na região Amazônica, relatam que uma parte significativa dos pacientes de LTA possuíam atividade que os expunham aos vetores da *Leishmania*, como agricultura e trabalho e, granjas. A maioria era do sexo masculino e tinha entre 20 e 29 anos de idade [16].

Um dado relevante a ser considerado é que, atualmente, tem-se observado uma mudança no padrão epidemiológico de transmissão das leishmanioses em diversos países da América do Sul, como importante domiciliação de vetores em países como a Venezuela, Peru, Bolívia e Brasil [33]. O que poderia explicar a alta incidência de LTA na zona urbana dos municípios que compõe o Sul de Rondônia. Esta hipótese já foi levantada por Paraguassú-Chaves [3] quando enuncia a readaptação dos flebótomos na zona periurbana e área urbana das cidades na Amazônia e em especial nas sedes municipais e distritais em Rondônia.

No que se refere ao atendimento de mulheres, crianças e outras pessoas com ocupações não agrícolas, esta podem estar relacionadas às atividades no intra e/ou periodomicílio, como observado por Passos et al., [29], Oliveira-Neto et al., [34]. Dados que podem colaborar com essas informações são descritas por Costa et al., [35], que relatam

a ocorrência em crianças com idade inferior a 5 anos, colabora a hipótese de transmissão intra e/ou periodomiciliar.

Verifica-se que existem outros fatores que devem ser considerados neste estudo, como o processo de urbanização, que se caracteriza pelo crescimento das cidades em área onde há o foco da doença ou do vetor. Informações já observadas nos estudos realizados por Profeta da Luz et al., [36], em Minas Gerais, onde foi descrito um processo de urbanização da LTA na região Metropolitana de Belo Horizonte. Além dessa consideração, vale ressaltar que no estudo de Brasil [8] há evidência de que as áreas analisadas neste estudo estão num circuito da LTA no estado de Rondônia e o dinamismo de projeção de desenvolvimento em andamento do Estado observado no mapeamento por zoneamento socioeconômico-ecológico de Rondônia.

Quanto a distribuição por etnia/cor, observou-se que houve um predomínio nos dois períodos para a cor branca com média de 61,3%, seguida pela cor parda com média 26,7%. No entanto, não houve diferenças significativas quando comparadas nos dois períodos estudados para a cor branco e significativa diferença para as pessoas de cor parda. Sugere-se neste estudo que um dos fatores a serem considerados está relacionado à própria característica da distribuição dos grupos étnicos relacionados à cor no Brasil onde segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 53% das pessoas, declaram ser branca e 39,1% parda. Estas duas com predominância. Esta região de estudo se caracteriza pela maior concentração de pessoas declaradas brancas, migrantes oriundos da região Sul do país. Talvez justifique esta frequência tendo em vista que para o estado de Rondônia predomina nos casos confirmados a cor parda (49,2%) seguido pela branca com 36,2%.

Name et al., [31], em análise dos dados do Hospital Universitário de Brasília – DF observaram que dos pacientes notificados, 57 % eram pardos, 27% brancos e 13,2% negros, orientais e indígenas correspondiam a 2% dos casos. Dados esses que divergem em relação à cor branca e parda observado nos estudos e nos dados do IBGE. Desta forma, um dos fatores que podem estar relacionados é quanto ao processo migratório da população ou a deficiência nas definições para cor da pele observada pela população, pois o registro de cor é definido pelo próprio conceito do declarante, podendo desta forma, ter influenciado nos dados dessa pesquisa.

Quanto à ocupação, os portadores de LTA apresentaram as mais variadas profissões, podendo ser observado que em relação aos locais onde a desenvolvem, houve predomínio no meio urbano com 72,7%, enquanto que no meio rural 27,3%. Embora não tenham sido esclarecidos que fatores pode ter influenciado os dados neste estudo, pode-se sugerir que estão relacionados ao desenvolvimento de atividades de lazer e com o processo de urbanização da LTA, as atividades relacionadas a expansão do setor agropecuário, entre outras já observadas por Brasil [17]; [26].

Pesquisadores como Lima et al., [37] contribuem com a interpretação deste estudo quando descreve sobre a distribuição da leishmaniose tegumentar por imagens de sensoriamento remoto, no Estado do Paraná, Brasil, observando um maior número de casos de leishmaniose em adultos do sexo masculino relacionados provavelmente ao trabalho rural próximo a matas como já citado por outros pesquisadores, e ressaltam também as atividades de lazer (principalmente a pesca) nas margens de rios e córregos com matas ciliares que, embora alteradas, mantém o ciclo enzoótico de *Leishmania*.

WHO [38] cita que a urbanização está correlacionada com o aumento da mobilidade global. Como um fator de risco, afeta cada uma das entidades eco-epidemiológicas, causador das *leishmanias,* sendo três mostradas em detalhes. A *Leishmania* zoonótica cutânea (ZCL), *Leishmania* antrópica cutânea (ACL) e *Leishmania* zoonótica visceral (ZVL), descreve ainda que a compreensão da integração entre as mudanças do meio urbano e os flebotomíneos como vetores são um pré-requisito para o projeto apropriado a estratégia da prevenção da doença e do controle. A expansão geográfica, observando-se nas últimas décadas, mudanças no comportamento, coexistindo um duplo perfil epidemiológico, expresso pela manutenção de casos oriundos dos focos antigos ou áreas próximas a eles, e pelo aparecimento de surtos epidêmicos, associados aos fatores decorrentes de processos migratórios de população, bem como crescimento e urbanização desordenada em áreas rurais onde existem o ciclo zoonótico e mudanças ambientais produzidos pelo homem, corroboram com essa observações.

Com relação aos dados ligados a urbanização da LTA, observa-se nos estudos de Sampaio e Paula [39], que 11 casos de LTA, em pacientes que residem no Distrito Federal e não saíram de sua área de durante um tempo que variou de 6 seis meses a dois anos antes do início da doença e que seis dos 11, residiam na cidade satélite de Planaltina. Sugerindo assim, que são casos intra ou periodomiciliar resultados do crescimento das cidades e locais do foco. A maior ocorrência de surtos urbanos de leishmaniose, quando comparada a outras doenças parasitárias, pode ser explicado por sua capacidade de se expandir muito rapidamente quando introduzidos em áreas endêmicas [16].

Quanto aos aspectos clínicos, houve positividade em relação a algum tipo de lesão. Os resultados positivos foram lesões cutâneas 90,4% e 9,6% para a lesão mucosa, não diferente do encontrado no agregado dos municípios de Rondônia, com 91,4% cutânea e 8,6% na mucosa. Paraguassú-Chaves [40] corrobora com os achados. Em seu estudo “As lesões cutâneas primárias são as principais formas clínicas da doença, acumulando nos anos de estudo, entre 98% e 100% do total. As lesões mucosas (secundárias) ou cutânea-mucosa, raramente se diagnosticam**.** Entre 5% e 10% dos casos totais são alóctonos e provém principalmente do vizinho país, a Bolívia”.

No período de estudo os casos confirmados por tipo de entrada prevalece com quase 100% em casos novos. Paraguassú-Chaves [41; 42] encontrou os resultados semelhantes em estudo realizado no período de 2009 a 2011 e os mesmos achados por Corrêa [16] na mesma região de estudo.

O critério de confirmação mais singular e adotado na região Amazônia é clínico-laboratorial o que confirma os índices de confirmação de casos neste estudo de 93,5%, e para o estado de Rondônia o índice de 94%. Esses achados confirmam os encontrados por Paraguassú-Chaves [36, 37]. A prevalência da confirmação critério é justificado pelo modelo de programa adotado pelas políticas públicas de saúde da Secretaria de Saúde do Estado de Rondônia, que instrumentou o serviço com atenção direcionada ao serviço clínico-laboratorial. Paraguassú-Chaves [41; 42] encontrou resultados semelhantes em seus estudos na mesma região do Sul de Rondônia.

Dos casos confirmados pela evolução do caso prevaleceu para curar com (60,0%) que parece estar abaixo do média recomendada. O que pode ter acontecido é o fato que, 35,0% casos foram registrados como ignorados. De qualquer forma, esses dados parecem ser preocupante e exigir uma melhor resposta do público serviço de saúde e um estudo mais aprofundado para identificar o que efetivamente ocorridos nesse período em relação a evolução dos casos novos de LTA no Sul de Rondônia.

CONCLUSÃO

A Leishmaniose Tegumentar Americana (LTA) é um problema de saúde pública na Amazônia Ocidental. O Sul de Rondônia se caracteriza como uma região endêmica. Dos 7 municípios da região, 3 são classificados com coeficiente de detecção "Muito Alto" e 5 "Alto". O método de krigagem indicativa mostrou que pode ser utilizada como uma ferramenta poderosa para mapear a ocorrência de casos de LTA e como a doenças se relaciona com variáveis selecionadas ao longo do tempo.

Portanto, predominou pessoas do sexo masculino, faixa etária de 20 a 39 anos de idade, da etnia/cor da pele branca. E quanto a área de residência houve a prevalência de indivíduos residentes da área urbana. Em relação à origem ou procedência, a maioria, são nascidos em Rondônia ou migrantes que se consideram de Rondônia. Há predominância dos casos autóctones. Nas avaliações clínicas verificou-se a positividade das lesões cutâneas em quase 90% dos casos. Além disso, os critérios de confirmação clínico-laboratoriais dos casos são os adotados pelas políticas públicas de saúde de Rondônia. Aproximadamente 70% das pessoas que foram acometidas por LTA trabalham na área urbana e por fim, quanto a evolução do caso prevaleceu a cura.

REFERÊNCIAS

1. Moura, R. C. S.; Rosa, J. F. T. (1990). A Questão da Saúde na Amazônia. In Barros, F. A. F. (Coord) C & T no Processo de Desenvolvimento da Amazônia, Brasília, DF; SCT/PR/CNPq/CEST.

2. Lacaz, C. da S; Mendes, E. (1969). Introdução à Imunopatologia Tropical. Patologia Geográfica Tropical (Tropicologia Médica). In: Imunopatologia Tropical. Livraria Atheneu S/A, São Paulo.

3. Paraguassú-Chaves, C. A. (2001). Geografia médica ou da saúde: espaço e doença na Amazônia Ocidental. Porto Velho: Edufro.

4. Paraguassú-Chaves, C. A. (2002). Geografia Médica - Reemergência no Contexto da Ciência Geográfica. In: II Congresso Internacional Ciência, Tecnologia e Desenvolvimento Humano - Conferência de Abertura, 2002, Porto Velho. Anais do II Congresso Internacional Ciência, Tecnologia e Desenvolvimento Humano, v. 1.

5. Paraguassú-Chaves, C. A. Espacialidade de doenças transmissíveis na Amazônia Ocidental. In: II Congresso Internacional Ciência, Tecnologia e Desenvolvimento Humano, 2002, Porto Velho. II Congresso Internacional Ciências, Tecnologia e Desenvolvimento Humano. Porto Velho, 2002. v. 01.

6. Paraguassú-Chaves, C. A. (2002). Geografia médica: evolução histórica e contextualização moderna. In: XX Semana de Geografia, 2002, Porto Velho. Anais da XX Semana de Geografia. Porto Velho.

7. Paraguassú-Chaves, C. A. (2004). Geografía Médica o de la Salud: Espacialidad de la LTA en la Amazonia Occidental - Patrones de Producción y Distribución. In: Seminário Internacional Educação Superior na Amazônia Cenários, Experiências e Perspectivas, Porto Velho. Anais do Seminário Internacional Educação Superior na Amazônia Cenários, Experiências e Perspectivas. Porto Velho: Gespel, 2004. v. 1.

8. Brasil. (2002). Fundação Nacional de Saúde – FUNASA. Vigilância e Monitoramento da Leishmaniose Tegumentar Americana em Unidades Territoriais – Brasília.

9. Meneses, V. M; Aquino, D. M; Caldas, A. M. (s/d). Leishmaniose Tegumentar Americana: Aspectos Clínicos – Laboratoriais, Terapêuticos e Epidemiológico.

10. Monteiro, C. A. (Org.). (2000). Velhos e Novos Males da Saúde no Brasil. A Evolução do País e suas Doenças. Editora Hucitec/Nupens/USP, São Paulo.

11. Lainson, R; Shaw, J. J. (1973). Leishmania and Leishmaniasis of new world, with particular reference to Brazil. Bulletin of the Pan American Health Organization, 7:1-19.

12. Lainson, R, Shaw, J.J. (1988). New world Leishmaniasis – The Neotropical Leishmania species. In: Topley & Wilson. Microbiology and Microbial Infections (9 a ed). London: Ed. Feg Cox.

13. Lainson, R; Shaw, J.J. (1992). A brief history of genus Leishmania (Protozoa: Kinetoplastida) in the Americas with particular reference to Amazonian Journal of the Brazilian Association for the Advancement of Science; 44: 94-106.

14. Lainson, R. (1981). Epidemiologia e Ecologia da Leishmaniose na Amazônia. Hiléia Médica, 3: 35-40.

15. Lainson, R. (1997). Leishmânia e leishmaniose, com particular referência à região Amazônica do Brasil. Revista Paraense de Medicina; 11(1): 29-40.

16. Corrêa, E. A. (2007). Aspectos Epidemiológicos e Clínicos – Laboratoriais da Leishmaniose Tegumentar Americana nos Subespaços 07 e 08 no Estado de Rondônia, Brasil. (Dissertação de Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Ciências da Saúde. Universidade de Brasília - UnB.

17. Brasil. (2000). Ministério da Saúde do Brasil. Manual de Controle da Leishmaniose Tegumentar Americana. Brasília.

18. Brasil. (2002). Ministério da Saúde do Brasil. Fundação Nacional de Saúde. In: Guia de Vigilância Epidemiológica; 2: 501-24.

19. Fuks, S. D. 1998. Novos modelos para mapas derivados de informações de solos. In: Assad, E. D; Sano, E. E (Ed.) Sistemas de Informações Geográficas. 2. ed. Brasília: Serviço de Produção de Informação / Embrapa, cap. 19, p. 373-410.

20. Fuks, S. D.; Carvalho, M .S.; Câmara, G;. Monteiro, A. M. V. (ed.) Análise Espacial de Dados Geográficos. cap. 3, p.1-28, 2001.

21. Landim, P. M. B.; Sturaro, J. R. Krigagem Indicativa Aplicada à Elaboração de Mapas Probabilísticos de Riscos. DGA, IGCE, UNESP/Rio Claro, Lab. Geomatemática, Texto Didático 06, 2002. 19 p. Disponível em http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html. Acesso em: 10 set. 2023.

22. Felgueiras, C.A.; Fuks, S. D.; Monteiro, A M. V.; Camargo, E.C.G. Inferências e estimativas de incertezas utilizando técnicas de krigagem não linear. 1999. Disponível em: <http://www.dpi.inpe.br/geopro/trabalhos/gisbrasil99/incertez as/2006>. Acesso em: 18 abr. 2023.

23. Felgueiras C.A. Modelagem Ambiental com Tratamento de Incertezas em Sistemas de Informação Geográfica: O Paradigma Geoestatístico por Indicação. Tese (Doutorado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, Disponível em: em 2023.

24. Magalhães, A. V., et al. (1982). Histopatologia da Leishmaniose. Rev. Inst. Medicina Tropical. São Paulo. v.24. n.5. p.268-276, set-out.

25. Menezes, V. M; Aquino, D. M; Caldas, A. M. Leishmaniose Tegumentar Americana: Aspectos Clínicos – Laboratoriais, Terapêuticos e Epidemiológico. Revista do Hospital Universitário/UFAM, Manaus, v.3, n.2/3, mai-ago/set-dez. 2002.

26. Brasil. (2007). Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Sistema Nacional de Vigilância em Saúde: Relatório de Situação: Rondônia/Ministério da Saúde, 2ª edição. Brasília.

27. Veloso, D., et al. (2006). Leishmaniose Mucosa Fatal em Crianças. An. Bras. Dermatol. V.81, n.3, p.255-9.

28. Vieira, M. L; Jacobina, R.R; Soares, N. M. (2007). Casos de Leishmaniose em Pacientes Atendidos nos Centros de Saúde e Hospitais de Jacobina – BA no período de 2000 a 2004. Revista Baiana de Saúde Pública. v.31, n.1. p.102-114, jan-jun.

29. Passos, V. M. A., et al. (2001). Leishmaniose Tegumentar na Região Metropolitana de Belo Horizonte: Aspectos Clínicos, Laboratoriais, terapêuticos e Evolutivos (1989-1995). Rev. Soc. Bras. Medicina Tropical. v.34, n.1. Uberaba, jan-fev.

30. Tolezano, J. E., et al. (2001). Epidemiologia da Leishmaniose Tegumentar Americana no Estado de São Paulo. III. Influência da Ação Antrópica na Sucessão Vetorial da LTA. Revista Instituto Adolfo Lutz, v.60, n.1, p.47-51.

31. Name, R. Q., et al. (2005). Estudo Clínico, Epidemiológico e Terapêutico de 402 Pacientes com Leishmaniose Tegumentar Americana (LTA) Atendidos no Hospital Universitário de Brasília, DF, Brasil. An. Bras. Dermatol. V.80, n.3, p.249-54.

32. Guerra, J. A. O., et al. (2003). Aspectos Clínicos e Diagnósticos da Leishmaniose Tegumentar Americana em Militares Simultaneamente Expostos à Infecção na Amazônia. Revista da Sociedade Brasileira de Medina Tropical. v.36. n.5. Uberaba. set-out.

33. Campbell-Lendrum, D., et al. (2001). Domestic and Peridomestic Transmission of American Cutaneous Leishmaniasis: Mem. Instituto Oswaldo Cruz; v.96. p. 159-62.

34. Oliveira-Neto, M. P., et al. (1988). Na Outbreak of American Cutaneous Leishmaniasis in a Periurban Área of City, Brazil: Clinical and Epidemiological Studies. Memórias do Instituto Oswaldo Cruz, v.83. p.427-435.

35. Costa, J. M. L., et al. (1988). Estudo Comparativo da Leishmaniose Tegumentar Americana em Crianças e Adolescentes Procedentes de Áreas Endêmicas de Buriticupo (Maranhão) e Corte da Pedra (Bahia), Brasil. Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical. v.31, n.3. p.271-288, mai-jun.

36. Profeta da Luz, Z. M., et al. (2001). A Urbanização das Leishmanioses e a Baixa Resolutividade Diagnóstica em Municípios da Região Metropolitana de Belo Horizonte. Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical. v.34 n.3, p.249-254, mai-jun.

37. Lima, A. P., et al. (2002). Distribuição da Leishmaniose Tegumentar Por Imagens de Sensoreamento Remoto Orbita, no Estado do Paraná. An. Bras. Dermatol. Rio de Janeiro, v.77. n.7. p.681-692, nov-dez.

38. WHO. World Health Organization. (2002). Geneva. Organisation Mondiale de la Santé Genéve. Annual Subscripton, p.365-372.

39. Sampaio, R. N. R; Paula, C. D. R. (1999). Leishmaniose Tegumentar Americana no Distrito Federal. Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical. v.32 n.5, p.523-528, set-out.

40. Paraguassú-Chaves, C. A. (2011). Geoprocessamento das doenças ocupacionais em Rondônia na última década. In: Debate em Ação, 2011, Porto Velho. Debate em Ação. Porto Velho: AICSA. v. 1. p. 57-85.

41. Paraguassú-Chaves, Carlos Alberto; Vieira, E.S. (2016). Produção e Distribuição da Leishmaniose Tegumentar Americana em Subespaços de Rondônia, Amazônia brasileira. In: Carlos Alberto Paraguassu-Chaves; Fabio Robson Casara Cavalcante. (Org.). III Congresso Internacional de Ciência, Tecnologia e Desenvolvimento Humano: Gestão Ambiental na Fronteira Brasil-Bolívia. 1ed.Porto Velho: AICSA, v. 1, p. 168-189.

42. Paraguassú-Chaves, Carlos Alberto; Vieira, E.S. (2016). Produção e distribuição da leishmaniose tegumentar americana em subespaços de Rondônia, Amazônia brasileira. In: Carlos Alberto Paraguassu-Chaves; Fabio Robson Casara Cavalcante. (Org.). Gestão ambiental na fronteira Brasil-Bolívia. 1ed.Porto Velho: AICSA, v. 1, p. 163-196

CAPÍTULO 2

CONSTRUÇÃO DE UM CIRCUTO RL, MODELAGEM DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL GOVERNANTE E COMPARAÇÃO ENTRE A SOLUÇÃO ANALÍTICA E OS DADOS EXPERIMENTAIS

Data de aceite: 01/02/2024

Leicam Feroldi Martelo
UTFPR

Kailaine de Oliveira da Silva
UTFPR

Jocelaine Cargnelutti
UTFPR

RESUMO: Neste artigo propõem-se, a modelagem da equação diferencial ordinária referente a um circuito elétrico resistor-indutor (RL), a obtenção da solução analítica e a comparação com os dados experimentais (carga e corrente elétrica) obtidos a partir de um circuito elétrico que foi construído com materiais recicláveis. Esta abordagem prática visa aguçar o interesse do estudante na disciplina e no curso de graduação, oferecendo-lhe mais um incentivo para sua permanência na universidade. Assim como em outras disciplinas o ensino da teoria de equações diferenciais ordinárias (EDO) pode ser associado aos experimentos práticos, permitindo o estreitamento entre a teoria e a prática, oportunizando a aprendizagem eficiente do conteúdo abordado e a percepção de como a matemática está embutida em diversos eventos ao nosso redor. Além disso, a modelagem matemática é um artificio interessante, potente e esclarecedor, pois permite uma melhor visualização das leis e propriedades que regem o evento estudado. Seguindo neste caminho, este trabalho contempla a modelagem da equação diferencial ordinária que governa o movimento de carga e corrente em um circuito elétrico RL, sua resolução analítica e a comparação entre os resultados analíticos e dados experimentais obtidos a partir do circuito elétrico. Deste modo, a segunda lei de Kirchoff e conceitos da teoria da eletricidade, foram utilizadas para a realização da modelagem da equação diferencial ordinária que governa o circuito RL. A solução analítica deste problema foi obtida pelo método do fator integrante, pois a equação diferencial ordinária governante do circuito elétrico possui as características de ser linear e de primeira ordem. A construção de um circuito foi realizada utilizando materiais recicláveis que podem ser encontrados em residências, escolas, universidades ou em locais que recebem lixo eletrônico. A construção do circuito oportunizou a obtenção dos dados experimentais (carga e corrente elétrica), que foram medidos por

meio de um multímetro. Posteriormente, esses dados foram comparados com os obtidos pela solução analítica. O erro relativo obtido mostra a compatibilidade entre os dados obtidos pelo experimento e a solução analítica. O objetivo deste trabalho é diminuir a distância entre a teoria e a prática. Dessa forma, o texto possui caráter prático educativo de ensino e aprendizagem, trazendo ao público a importância de associar os conceitos e propriedades à resolução de problemas.
PALAVRAS-CHAVE: Modelagem matemática. Equação Diferencial Ordinária. Circuito RL. Ensino e aprendizagem.

INTRODUÇÃO

Nos primeiros semestres dos cursos de graduação em Matemática, Química, Engenharias, Física e outros, os alunos apresentam dificuldades na disciplina de cálculo. Estas dificuldades somam-se mais adiante na disciplina de equações diferenciais. Com o intuito de amenizar estes problemas, despertar o aluno para as novas abordagens didáticas e incentivar a pesquisa, busca-se estreitamento entre o conceito teórico e sua aplicação, permitindo aos alunos, além do entendimento do conteúdo, a visualização prática na sua área de graduação (CARGNELUTTI; GALINA, 2015).

De acordo com Oliveira e Igliori (2013), a disciplina equações diferenciais traz muitos desafios para os estudantes, principalmente pela grande quantidade de conteúdos vistos em outras disciplinas que são necessários para o seu bom entendimento. Além disso, o aluno precisa compreender os conceitos e técnicas intrínsecos da disciplina e este processo pode apresentar menor dificuldade quando aliado a uma aplicação prática contextualizada.

Parece adequado que a escola possa promover um ensino no qual os alunos tenham a possibilidade de compreender as leis e propriedades relacionadas ao conteúdo, conhecer e relacionar suas representações e utilizá-los para interpretar fatos da realidade. Com esta perspectiva, a modelagem matemática apresenta-se como uma alternativa pedagógica eficiente (VERTUAN, 2007).

De acordo com Schmidt, Ribas e Carvalho (1998), ensinar deveria ser mais do que apenas a transmissão de conteúdos. Ampliar e potencializar o desenvolvimento de habilidades para que o aluno possa refletir sobre os assuntos que o cercam e como a matemática está inserida em muitos eventos.

Justificativa

Neste sentido, este texto traz a modelagem e resolução analítica da equação diferencial que rege o movimento da carga e corrente em um circuito elétrico (RL). Além disso, a solução analítica é comparada com os dados provenientes da medição no circuito elétrico que foi construído com material recicláveis.

REFERENCIAL TEÓRICO

Equações Diferenciais

De acordo com Boyce e DiPrima (2006), uma equação diferencial é uma lei, ou uma prescrição, que estabelece a taxa segundo a qual as coisas acontecem. Expressas em linguagem matemática, as taxas são derivadas e as relações são equações que regem o comportamento de algum processo físico.

De acordo com Neto (2021), as equações diferenciais ordinárias foram inicialmente introduzidas por Isaac Newton (1646-1727), no século , por meio de estudos realizados sobre cálculo diferencial e integral, e posteriormente por Gottfried Wilhelm (1646-1717) Leibniz, no século XVII. Leibniz trouxe importantes contribuições para o estudo das equações diferencias ordinárias, estabeleceu o método de separação de variáveis, redução de equações homogêneas, e o procedimento necessário para se resolver equações lineares de primeira ordem. As equações lineares de primeira ordem e suas aplicações, são os primeiros tópicos a serem estudados na disciplina de EDO, consequentemente possui inúmeras aplicações, nesse caso utilizaremos um dos métodos, conhecido como fator integrante, para resolver problemas relacionados com circuitos RL.

Para Konzen (2023) "Equação Diferencial (ED) é o nome dado a qualquer equação que tenha pelo menos um termo envolvendo a diferenciação (derivação) de uma incógnita" (Ibid, p. 1). Ou seja, é uma equação que envolve derivadas de uma ou mais variáveis dependentes relacionadas a variáveis independentes.

Quando são introduzidos problemas de Cálculo é comum que cause estranheza entre os alunos, por ser um conteúdo de difícil visualização. Quando isso ocorre, uma das formas de aperfeiçoar essa visualização é fazer o uso de atividades interativas, ou expositivas, para que assim possa estimular o interesse e entendimento do aluno ao conteúdo ensinado. Para Moreno e Azcárate (1997; 2003) o que determina a forma que o professor atua em sala de aula, pode estar baseado em três modelos diferentes entre si de ensino. O primeiro é aquele que se baseia no ensino tradicional, ou seja, a aplicação de técnicas analíticas e resolução de equações diferenciais. O Segundo é mais aperfeiçoado, visto que considera as equações diferenciais um instrumento que visa modelar matematicamente problemas práticos, e a resolução desses problemas se dá através de representações gráficas, numéricas e simbólicas. O último modelo traz uma característica transitória, ou seja, o professor entra em conflito sobre o "que faz" e o "que poderia fazer".

O ensino das Equações Diferencias caminha no modelo de ensino tradicional, mas quando falamos de hodiernidade é notável que o ensino superior vem sofrendo algumas modificações. De acordo com Dullius, et al. (2011), o contexto em que são introduzias as equações diferencias hoje em dia, é diferente ao que tinha a meio século atrás, pois agora as exigências e as necessidades dos alunos são outras, além dos avanços tecnológicos. Apesar disso, o contexto em que é apresentado as equações diferenciais continua como

era há meio século, não acompanhando as mudanças que acompanham as fases da sociedade, as aulas devem ser repensadas, além disso, os avanços tecnológicos devem ser considerados.

Modelagem matemática

A Modelagem Matemática "[...] consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (BASSANEZI, 2011, p. 16).

Dessa forma podemos interpretar a modelagem matemática como um processo em que situações da vida cotidiana são articuladas matematicamente, ou seja, são traduzidas para a linguagem matemática. A modelagem é fundamental na solução de problemas práticos visto que a partir disso surgirá a resolução de problemas reais. Biembengut e Hein (2014), destacam que a modelagem matemática "[...] é uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias" (Ibid, p. 9). Assim sendo, a modelagem matemática pode ser usada, não somente para obter determinada solução, mas também para incorporar novos conhecimentos ou para adquirir novas habilidades a partir dos conhecimentos que possui.

Seguindo nesta linha apresenta-se, a seguir, a modelagem da equação diferencial ordinária que modela um circuito elétrico RL.

Circuito Resistor-Indutor

Um circuito elétrico é um caminho fechado no qual os elementos elétricos do circuito estão ligados por um meio condutor. Uma corrente elétrica passa por esses componentes causando a diferença de potencial em cada componente (IRWIN; NELMS, 2013).

A corrente elétrica é definida como o fluxo de partículas com carga elétrica que se deslocam de um polo de um componente á outro.

A diferença de potencial também conhecida como tensão elétrica, é a diferença de potencial elétrico entre dois pontos de um circuito. Sua unidade de medida é o Volts e pode representar tanto uma fonte de energia quanto a energia "perdida" ou armazenada (queda de tensão).

Os elementos que compõem o circuito determinam sua classificação. Neste trabalho se utilizará apenas circuito do tipo RL. Estes são compostos por resistores e indutores.

Para o estudo de Aplicações de Equações Diferenciais Ordinárias em circuitos elétricos RL é preciso resgatar alguns conceitos básicos de eletricidade.

A Primeira Lei de Ohm diz que um condutor com resistência elétrica constante mantido à temperatura constante, a intensidade de corrente elétrica será proporcional à diferença de potencial aplicada entre suas extremidades:

$$R = \frac{V}{i} \tag{1}$$

onde, *R* é resistência, medida em ohms (Ω), *V* é a voltagem/Carga, medida em volts e *i* é a corrente, media em amperes.

As duas leis de Kirchhoff são indispensáveis para os estudos do circuito RL, sendo elas: A Primeira lei estabelece que a soma das intensidades de corrente que chegam a um nó é igual à soma das intensidades de corrente que deixam o nó. A segunda lei considera que é nula a soma algébrica das tensões encontradas em cada elemento do circuito.

A expressão para obter a Indutância *L* é dada por:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \tag{2}$$

onde, *L* é a indutância da bobina, medida em Henry, *N* é a quantidade de espiras da bobina, A é área do núcleo da bobina, medida em metros quadrados [m^2], *l* é o comprimento da bobina, medida em metros [m] e μ_0 é a permeabilidade magnética do ar que equivale a $4\pi 10^{-7}$ [H/m].

A corrente elétrica expressa por meio de derivada também é necessária. Define-se como intensidade da corrente elétrica *i* a taxa de variação da carga elétrica *q* em relação ao tempo t que atravessa uma seção transversal de um condutor, sendo:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \tag{3}$$

De acordo com os materiais recicláveis obtidos, o circuito elétrico RL foi construído conforme a Figura 1.

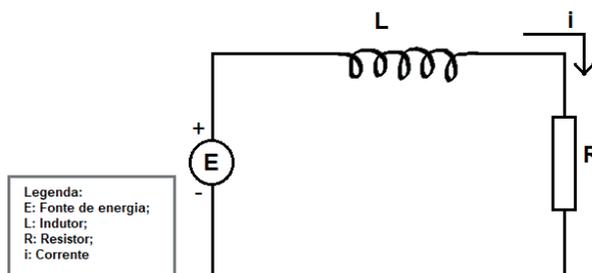



Figura 1: Circuito RL.

Fonte: Dos autores (2023).

A lei das correntes de Kirchhoff implica que a mesma corrente passa por cada elemento do circuito elétrico. Aplicando a lei das tensões de Kirchhof a este circuito, a qual estabelece para um circuito RL que a soma das quedas de tensão no resistor R e no indutor L devem ser iguais à tensão fornecida E:

$$L\frac{dq}{dt} + Ri = E \tag{4}$$

Dividindo a equação (4) por *L* que:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L} \tag{5}$$

A expressão (5) é uma equação diferencial ordinária de primeira ordem linear não homogênea e pode ser resolvida pelo método do fator integrante. Este método é utilizado para resolver EDOs lineares de primeira ordem.

Resolução Analítica

A equação diferencial ordinária (5) possui solução analítica e ela é obtida, a seguir, pelo método do fator integrante (ZILL, 2006).

Para aplicar este método é necessário que a EDO esteja na forma:

$$\frac{dy}{dt} + p(t)y = f(t) \tag{6}$$

Observando a equação (5), tem-se que:

$$p(t) = \frac{R}{L} \tag{7}$$

Segue, portanto, que o fator integrante possui a seguinte forma:

$$\mu(t) = e^{\int \frac{R}{L}dt} \tag{8}$$

Resolvendo a integral de (8), tem-se:

$$\mu(t) = e^{\frac{R}{L}t} \tag{9}$$

Multiplicando (9) em (5), segue que:

$$e^{\frac{R}{L}t}\frac{di}{dt}+e^{\frac{R}{L}t}\frac{R}{L}i=e^{\frac{R}{L}t}\frac{E}{L} \quad (10)$$

A multiplicação do fator integrante em (10), tornou o lado esquerdo na regra de produto entre o fator integrante e a corrente. Portanto, a expressão (10) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\left(e^{\frac{R}{L}t}i(t)\right)'=e^{\frac{R}{L}t}\frac{E}{L} \quad (11)$$

Nesta etapa, procede-se com a integração de ambos os lados da expressão (11). No lado esquerdo a integração é direta (propriedade das integrais). NO lado direito, aplica-se integração por substituição. Tem-se a expressão para a corrente elétrica que circula no circuito:

$$e^{\frac{R}{L}t}i(t)=\frac{E}{R}e^{\frac{R}{L}t}+k \quad (12)$$

onde k é a constante de integração.

O objetivo de resolver (5) é obter a corrente que circula pelo circuito. Deste modo, isolando a corrente em (12), tem-se:

$$i(t)=\frac{\frac{E}{R}e^{\frac{R}{L}t}+k}{e^{\frac{R}{L}t}} \quad (13)$$

A expressão (13) pode ser reescrita:

$$i(t)=\frac{E}{R}+ke^{-\frac{R}{L}t} \quad (14)$$

A constante integração de (14) pode ser determinada considerando que no tempo t = 0 não existe corrente circulando no sistema. Logo, $i\,(0) = 0$ e $k = -\frac{E}{R}$.

Portanto, a expressão (14) fica:

$$i(t)=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (15)$$

Por definição, da taxa de variação da carga q em relação ao tempo t é igual a corrente, conforme apresentado em (3). Segue que:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \tag{16}$$

A expressão (16) é uma EDO separável e pode ser reescrita:

$$dq = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)dt \tag{17}$$

A expressão (17) pode ser resolvida pelo método de separação de variáveis. Aplicando a integração indefinida em ambos os lados, tem-se:

$$\int dq = \int \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)dt \tag{18}$$

Portanto, a expressão para a carga elétrica no circuito RL é dada por:

$$q(t) = \int \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)dt \tag{19}$$

MATERIAIS E MÉTODOS

Para a construção do circuito elétrico RL, utilizou-se uma fonte de computador como fonte de energia, conforme Figura 2.

Figura 2: Fonte utilizada no experimento.

Fonte: Dos autores (2023).

Com relação ao resistor, optou-se por utilizar um cooler/ventoinha de computador, conforme Figura 3, por ser um objeto facilmente encontrado em lixos de eletrônicos e também pela praticidade de manuseio. O resistor é um componente elétrico que tem a função primária de limitar o fluxo da corrente elétrica em um circuito.

Figura 3: Cooler/ventoinha utilizada como resistor.

Fonte: Dos autores (2023).

O indutor foi construído a partir de um fio de cobre com 0,5 milímetros de espessura, enrolando este fio em uma haste de aproximadamente um centímetro de espessura. Tem-se, assim, uma bobina, conforme pode ser observada na Figura 4. O indutor, além da bobina, um núcleo, que pode ter sua composição em um material como o metal ou um material isolante. Optou-se por utilizar o ar como isolante.

Figura 4: Indutor construído.

Fonte: Dos autores (2023).

Com todos os componentes em mãos, mais alguns outros componentes como fios e fita isolante, utiliza-se o esquema do circuito elétrico apresentado na Figura 1 para a construção do circuito utilizado neste trabalho. Desta forma, tem-se o circuito apresentado na Figura 5.

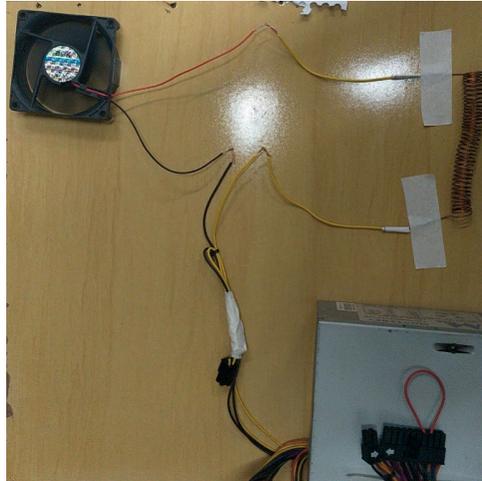



Figura 5: Circuito RL construído e em funcionamento

Fonte: Dos autores (2023).

As medições da corrente e da carga elétrica foram feitas utilizando um multímetro. O multímetro utilizado é apresentado na Figura 6.

Figura 6: Multímetro utilizado.

Fonte: Dos autores (2023).

Com esse aparelho pode-se medir a corrente, a voltagem/carga e a resistência. Para isto basta selecionar a opção correta no botão girador do centro. Para a medição da corrente e da voltagem utilizou-se a lei de Kirchhoff. Portanto, para a medição da voltagem é necessário que o multímetro esteja na configuração adequada, em paralelo com a parte que se deseja medir. Para a medição da corrente, com o multímetro na configuração correta, é necessário deixá-lo em serie com o circuito, conforme Figuras 7 e 8.

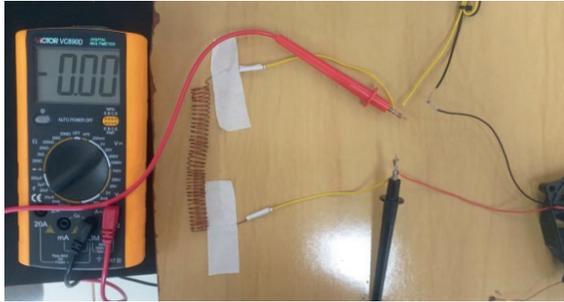



Figura 7: Voltagem no indutor

Fonte: Dos autores (2023).

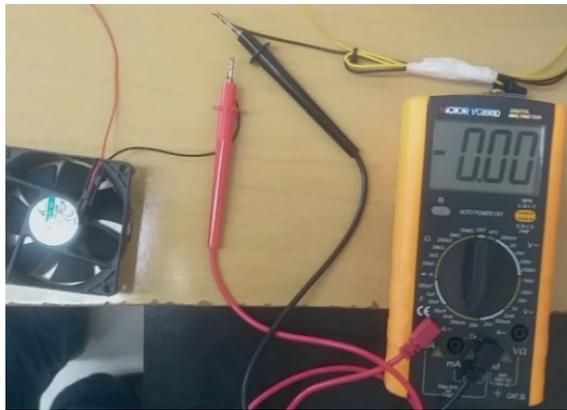



Figura 8: Corrente no circuito

Fonte: Dos autores (2023).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para o problema proposto os dados dos componentes do circuito RL construído medidos com o multímetro são: A fonte de computador possui carga de 12 V (volts) e a ventoinha indica um consumo de 0,16 A. Substituindo estes valores na formula (1), tem-se:

$$R = \frac{12}{0{,}16} = 75\,\Omega \qquad (20)$$

Com a construção do indutor, foi necessário calcular a indutância. Para isto substituiu-se os valores correspondentes ao nosso indutor na expressão (2), obtendo:

$$L = \frac{4\pi 10^{-7} 39^{2} \dfrac{9\pi}{250000}}{\dfrac{29}{250}} = \frac{13689\pi^{2}}{72500000000} H \qquad (21)$$

O cálculo da corrente no circuito RL em certo instante t segundo a lei de Kirchhoff das tensões é fornecido pela expressão (5). Substituindo os dados de (20) e (21) em (5), tem-se que:

$$\frac{13689\pi^2}{72500000000}\frac{di}{dt}+75i=12 \tag{22}$$

A expressão (22) é reescrita para aplicarmos o método do fator integrante, obtendo:

$$\frac{di}{dt}+\frac{5437500000000}{13689\pi^2}i=\frac{870000000000}{13689\pi^2} \tag{23}$$

A forma da solução para (23) foi apresentada na equação (15). Deste modo, obtém-se o valor para a corrente, de forma analítica:

$$i(t)=\frac{4}{25}\left(1-e^{\frac{-5437500000000t}{13689\pi^2}}\right)\approx\frac{4}{25}=0{,}16\,A \tag{24}$$

Finalizada a parte analítica do problema proposto, procede-se com a medição da corrente elétrico no circuito utilizando o multímetro. Essas medições podem ser observadas nas Figuras 9 e 10.

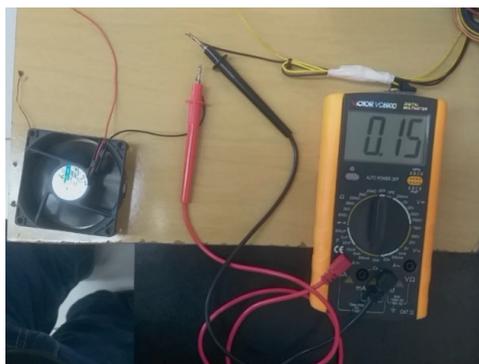



Figura 9: Medição da corrente assim que o circuito foi ligado

Fonte: Dos autores (2023).

Figura 10: Medição da corrente 1 minuto após ligar

Fonte: Dos autores (2023).

O erro relativo é dado pela divisão entre o erro absoluto e o valor analítico. Observa-se, nas medições, que logo que o circuito foi ligado a correte é de 0,15 A. Um minuto depois a corrente oscila entre 0,13 A e 0,14 A. Os erros relativos para as medições, logo que o circuito foi ligado e um minuto após são apresentados a seguir:

$$E_{rel} = \frac{0{,}16 - 0{,}15}{0{,}16} = 0{,}0625$$

$$E_{rel} = \frac{0{,}16 - 0{,}135}{0{,}16} = 0{,}15625$$

CONCLUSÃO

Observa-se que o erro relativo calculado imediatamente após ligar o circuito é menor do que o erro relativo um minuto depois. Essa diferença pode ser devido a vários fatores, como por exemplo, o multímetro consome um pouco de energia do circuito, tem também o desgaste do fio de cobre, que foi desconsiderado no momento dos cálculos. Além disso, podem ocorrer pequenos erros no momento da medição devido a precisão do aparelho e também pelo fato de que tudo foi feito de maneira manual.

Os objetivos foram atingidos, pois a solução analítica, que foi obtida por meio da resolução da EDO linear de primeira ordem, e os dados experimentais estão próximos, conforme mostrado pelo erro relativo, mostrando que a teoria pode ser observada em eventos ao nosso redor. Além disso, o aprendizado foi grande. Observar, na prática, os conceitos e propriedades matemáticas, tornou o processo de aprendizagem mais eficiente, despertando o interesse e proporcionando motivação nos alunos. A interdisciplinaridade no desenvolvimento deste trabalho também é item relevante.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3 ed. São Paulo, Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5 ed. São Paulo, Contexto, 2014.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno** 8. ed. Rio de Janeiro - RJ: LTC, 2006.

CARGNELUTTI, J.; GALINA, V. Aplicação do Método de Diferenças Finitas em Equações Diferencias Ordinárias. **Seminário de Extensão e Inovação da UTFPR,** Campo Mourão, 2015.

DULLIUS, M. M. et al. **Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais com uma Abordagem Gráfica, Numérica e Analítica**: Uma experiência em cursos de Engenharia. **Bolema**, v. 24, n. 38, 2011.

IRWIN, J. D.; NELMS, R.M. **Análise Básica de Circuitos para Engenharia**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

KONZEN, P. **Equações Diferenciais Ordinárias, Atribuição-Compartilha Igual 4.0 Internacional** Creative Commons, 2023.

MORENO, M. M.; AZCÁRATE, C. G. Concepciones de los Profesores sobre La Enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales a Estudiantes de Química y Biología. Estudio de Casos. **Revista Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 15, n. 1, 1997.

MORENO, M. M.; AZCÁRATE, C. G. Concepciones y Creencias de los Profesores Universitarios de Matemáticas acerca de la Enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales. **Revista Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 21, n. 2, 2003.

NETO, R. **Uma Construção Histórica das Técnicas da Transformada Integral Clássica e Generalizada**, 2021, 144. Área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos. Unesp, Rio Claro, 2021.

OLIVEIRA, E. Al. De; IGLIORI, S. B. C. Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais: Um levantamento preliminar da produção científica. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Pernambuco. v. 4, n. 2, 2013.

SCHMIDT, L. M.; RIBAS, M. H.; CARVALHO, M. A. de. (1998). A prática pedagógica como fonte de conhecimento. **Olhar de Professor**, v. 1, n. 1, p. 9-23.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a modelagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

ZILL, Dennis G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. 10. Ed. Cengage Learning, São Paulo, 2006.

DESIGNAÇÃO DE ATIVIDADES EM PROJETOS DE SERVIÇOS DE CONSULTORIA: O CASO DA OTIMIZA EMPRESA JUNIOR

Data de aceite: 01/02/2024

Adrian Gustavo dos Santos Fernandes
Graduando em Engenharia de Produção Agroindustrial
UNESPAR
https://lattes.cnpq.br/2971626045879659

Carolina Garcia
Graduanda em Engenharia de Produção Agroindustrial
UNESPAR

Claudilaine Caldas de Oliveira
Doutora em Engenharia de Produção
UNESPAR
http://lattes.cnpq.br/7620264911600552

Marcela Vitória Dantas
Graduando em Engenharia de Produção Agroindustrial
UNESPAR

Marcia de Fátima Morais
Doutora em Engenharia de Produção Agroindustrial
UNESPAR
http://lattes.cnpq.br/5293989361455120

Rony Peterson da Rocha
Doutor em Engenharia de Produção
UNESPAR
http://lattes.cnpq.br/1933606560664711

Rubya Vieira de Mello Campos
Doutora em Engenharia de Produção
UNESPAR
http://lattes.cnpq.br/9289422971720240

Vinicius Gustavo da Cruz
Graduando em Engenharia de Produção Agroindustrial
UNESPAR
http://lattes.cnpq.br/6305563760123784

RESUMO: Designar atividades a membros em projetos de serviços de consultoria executados por Empresas Juniores é uma tarefa imprescindível e complexa, tendo em vista que, cada projeto tem suas especificidades e necessitam de conhecimentos, competências e habilidades diferentes para sua execução. Para auxiliar no processo de designação de tarefas necessárias à execução de projetos de serviços de consultoria, este estudo teve como propósito desenvolver uma modelagem matemática de Programação Linear para auxiliar os dirigentes da OTIMIZA Empresa Junior no processo de designação de atividades aos seus membros. A aplicabilidade da modelagem matemática proposta através do Projeto "Pesquisa de

Mercado” também foi demonstrada, por meio da modelagem do problema no *MS Excel* e solução por meio da ferramenta *Solver* do *MS Excel*. Os resultados demonstraram que o modelo é adequado ao problema de designação de atividades aos membros, e que o modelo pode ser utilizado para os diversos outros projetos de serviços de consultoria prestados pela OTIMZA Empresa Junior.
PALAVRAS-CHAVE: Programação Linear, Modelagem Matemática, Problema de Designação.

RESUMEN: La asignación de actividades a los integrantes en proyectos de servicios de consultoría realizados por Empresas Junior es una tarea esencial y compleja, considerando que cada proyecto tiene sus especificidades y requiere diferentes conocimientos, habilidades y destrezas para su ejecución. Para asistir en el proceso de asignación de tareas necesarias para la ejecución de proyectos de servicios de consultoría, este estudio tuvo como objetivo desarrollar una modelación matemática de Programación Lineal para ayudar a los directores de OTIMIZA Empresa Junior en el proceso de asignación de actividades a sus integrantes. También se demostró la aplicabilidad de la modelación matemática propuesta a través del “Proyecto de Investigación de Mercados”, mediante la modelación del problema en MS Excel y solución a través de la herramienta Solver de MS Excel. Los resultados demostraron que el modelo es adecuado al problema de asignación de actividades a los miembros, y que el modelo puede ser utilizado para varios otros proyectos de servicios de consultoría proporcionados por OTIMIZA Empresa Junior.
PALABRAS-CLAVE: Programación Lineal, Modelado Matemático, Problema de Asignación.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Engenharia de Produção é um ramo da Engenharia que envolve o projeto, a implantação, a melhoria e a manutenção de sistemas produtivos integrados, promove a integração de homens, materiais e equipamentos, além de avaliar os resultados obtidos destes sistemas, recorrendo aos conhecimentos de ciências exatas e de metodologias aplicadas próprias a Engenharia (ABEPRO, 2001). Um Curso de Graduação em Engenharia de Produção deve, por meio de atividades de ensino, pesquisa e extensão, capacitar seus acadêmicos nas dez grandes áreas de Engenharia de Produção.

Empresas Juniores, consideradas uma forma de extensão, por contribuírem ativamente para o desenvolvimento da comunidade a qual está inserida, oferecendo produtos e serviços especializados de assessoria e consultoria em suas áreas de atuação, também enriquecem a graduação dos acadêmicos por proporcionarem uma experiência de gestão, empreendedorismo e consultoria (SILVA; ANDRADE, 2015).

Ciente de que a vivência numa Empresa Júnior (EJ) se assemelha a um laboratório de trabalho, que dá a oportunidade de aprender todo o processo do desenvolvimento e execução de projetos, proporcionando ao acadêmico uma oportunidade de vivenciar problemas reais do cotidiano de uma empresa real e conhecer as diversas áreas de atuação

de seu curso (LIMA; CAMPOS; MARQUES, 2016), o Curso de Engenharia de Produção Agroindustrial incentiva seus acadêmicos a participarem da Empresa Júnior do Curso, a OTIMIZA Empresa Junior.

A OTIMIZA Empresa Júnior presta serviços de consultoria nas diversas áreas da Engenharia de Produção, desde o ano de 2004. Um problema frequentemente relatado por seus dirigentes é a designação de tarefas de projetos de consultorias aos membros da Empresa Júnior, dado que os membros estão em diferentes momentos de sua formação e os projetos a serem executados exigem diferentes níveis de conhecimentos e habilidades dos membros. Em outras palavras, nota-se maior grau de dificuldade na execução de determinadas atividades por parte dos membros que ainda estão nos primeiros anos da Graduação.

Sabe-se que quando a designação de pessoas não é bem executada, as chances são grandes do Gerente de Projeto enfrentar problemas em diferentes esferas, tais como, profissionais desmotivados e atrasos nas entregas. Com isso, a empresa perde produtividade e ainda pode ter prejuízos com o cliente final.

Diante do exposto, para auxiliar os dirigentes da Empresa Júnior no processo de designação de atividades aos membros, o estudo aqui apresentado, realizado como prática da disciplina de Pesquisa Operacional Aplicada, visando fornecer um instrumento que auxilie no processo de designação de atividades aos membros da OTIMIZA Empresa Junior para a execução de projetos referentes a prestação de serviços, teve por objetivo, desenvolver uma modelagem matemática de Programação Linear para o problema, bem como demonstrar a aplicabilidade da modelagem matemática proposta através de um Projeto de prestação de serviço realizado pela OTIMIZA Empresa Junior.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Programação Linear

Considerada como uma das mais importantes técnicas de Pesquisa Operacional, a Programação Linear, desenvolvida conceitualmente após a Segunda Guerra Mundial, pelo soviético Kolmogorov, com o objetivo de resolver problemas militares de logística, é aplicada na resolução de problemas em que as variáveis que são utilizadas são reais, com objetivo de auxiliar a tomada de decisão trazendo para seu âmbito métodos matemáticos em que para a resolução é tirado o maior proveito possível dos sistemas, sejam eles econômicos, indústrias, etc (ANDRADE, 2002; MATO et al., 2005).

A Programação Linear presume a relação linear entre as características do problema estudado buscando a solução ótima, ou seja, todas as relações matemáticas ou funções devem ser lineares (GOLDBARG e LUNA, 2005; RODRIGUES et al., 2014).

Os problemas de Programação Linear são compostos por variáveis de decisão, função-objetivo e restrições, em que: as variáveis de decisão referem-se às decisões

a serem tomadas, visando encontrar a solução do problema; a função-objetivo é uma expressão matemática por meio da qual relacionamos as variáveis de decisão e o objetivo a ser atingido e mede o desempenho do sistema para cada solução apresentada. e as restrições são as limitações impostas sobre os possíveis valores que podem ser assumidos pelas variáveis de decisão (ANDRADE, 2002).

De acordo com Arenales et al. (2007) e Nogueira (2007) exemplos de problemas que podem ser formulados como um problema de Programação Linear aparecem nas mais variadas áreas decisórias, dentre as quais, destacam-se: problemas de mistura, problemas de transporte, problemas de transbordo, problemas de designação/atribuição, problemas de planejamento da produção, problemas de programação de projetos, problemas de fluxo de caixa, problemas de meio ambiente, problemas de corte e empacotamento, problemas de localização de instalações, entre outros.

Os Problemas de Designação, também conhecidos na literatura especializada como Problemas de Atribuição, constituem um caso particular dos Problemas de Transporte, um problema clássico de Programação Linear (PL) (NOGUEIRA, 2007). Dentre as diversas aplicações dos Problemas de Designação destacam-se a designação dos colaboradores a cargos, distribuições de pessoas com competências específicas em projetos, a organização e localização de setores dentro de uma empresa, etc. (ANDRADE, 2002).

Os modelos de designação ou atribuição são modelos de Programação Inteira, um caso particular dos modelos de Programação Linear. Tem-se um problema de Programação Linear Inteira (PLI), quando todas as variáveis do modelo para a resolução do problema não assumem valores contínuos e sendo possível somente a utilização de valores discretos (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Um problema de programação linear inteira pode apresentar as seguintes situações (SUCENA, 2012): i) Todas as variáveis de decisões são inteiras (Problemas de Programação Linear Inteira Pura – PLIP); ii) Parte das variáveis de decisões são inteiras (Problemas de Programação Linear Inteira Mista – PLIM); iii) Todas as variáveis de decisões são binárias (Problemas de Programação Linear Inteira Binária – PLIB); e iv) Parte das variáveis de decisões são binárias (Problemas de Programação Linear Inteira Binária Mista – PLIBM).

Problemas de Designação

A designação de tarefas a pessoas, objeto deste estudo, consiste no processo em que se define quais recursos humanos serão utilizados para executar as tarefas que compõem um determinado projeto, respondendo basicamente a questão: “Quem deve fazer isso?” considerando critérios de designação para selecionar os mais adequados, baseados nos objetivos de negócio da organização (MARQUES et al., 2011).

O problema clássico de designação de *n* tarefas a *m* pessoas, tal que cada tarefa é executada por uma única pessoa e cada pessoa executa uma única tarefa. A execução da

tarefa *j* pela pessoa *i* tem um custo *Cij*. O problema então consiste em designar tarefas a pessoas de modo a minimizar o custo total (ANDRADE, 2002).

Nos Problemas de Designação devem consideradas as seguintes hipóteses: i) O número de tarefas (*m*) e o número de pessoas (*n*) são os mesmos; ii) Cada tarefa deve ser designada para exatamente uma pessoa; iii) Cada pessoa deve ser designada somente a uma tarefa; iv) Há um custo ao designar cada pessoa à tarefa que lhe corresponde; e v) o objetivo consiste em designar as tarefas as pessoas de modo a otimizar um objetivo de desempenho (minimizar custo ou maximizar lucro ou desempenho) (ANDRADE, 2002; NOGUEIRA, 2007).

De acordo com Andrade (2002) o problema de designação deve ser formulado matematicamente considerando: i - número de origens ou executores da atividade; j - número de destinos ou tarefas; C_{ij} - custos ao ser designado a tarefa ao trabalhador ou o custo de transporte da origem ao destino; e, X_{ij} - designação do trabalhador para determinada tarefa ou a distribuição de um determinado equipamento da origem para determinado destino. Assim temos as equações que definem o modelo matemático para o problema de designação.

$$Minimizar\ Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} C_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1, \forall j = 1, 2, ..., m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1, \forall i = 1, 2, ..., n \quad (3)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \forall i = 1, ..., n, \forall j = 1, ..., m \quad (4)$$

A função-objetivo representada em (1) explicita a medida de desempenho a ser otimizada. O conjunto de restrições (2) impõe que cada indivíduo é designado a uma e somente uma tarefa. O conjunto de restrições (3) impõe que cada tarefa seja realizada por apenas um e somente um indivíduo. As restrições (4) impõe que as variáveis de decisão tomem os valores 0 ou 1 (ARENALES et al., 2007). Conforme podemos verificar nas restrições (4) os problemas de designação constituem problemas de Programação Linear Inteiro e Binário, em que X_{ij} só pode assumir valores 0 ou 1.

Ainda em relação ao modelo matemático Arenales et al. (2007) afirmam que devido a características particulares da estrutura de um modelo de designação, a função-objetivo (1) pode assumir a forma de maximização e as restrições (2) podem ser substituídas por $X_{ij} \geq 0$ e, mesmo assim, pode-se mostrar que o modelo tem solução ótima inteira.

Marques et al. (2011) destacam que identificar a designação mais adequada não é uma solução trivial, desta forma, são necessários mecanismos que permitam analisar as diversas possibilidades de designação com critérios claramente definidos.

Modelos típicos de programação linear, como os problemas de designação, na prática podem envolver muitas variáveis e restrições, sendo, portanto, o uso de computadores o único modelo de resolver tais modelos (TAHA, 2008). Existe uma série de softwares específicos para a resolução de problemas de programação linear, sendo o LINDO um dos mais populares, segundo Lanchtermacher (2007).

O Solver do Excel é particularmente atraente para usuários de planilhas (TAHA, 2008). No entanto, o Solver do Excel apresenta limitações em relação ao número de variáveis do problema, porém para os propósitos deste estudo, o Solver do Excel mostrou-se adequado. Detalhes acerca da modelagem de problemas de Programação Linear no MS Excel, bem como a solução destes problemas utilizando o Solver do Excel, podem ser encontrados em Lanchtermacher (2007).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A abordagem utilizada para realização desta pesquisa é classificada como mista, ou seja, utiliza-se tanto de métodos qualitativos e dados quantitativos, pois essa pesquisa é baseada na interpretação dos fenômenos observados e propõe desenvolver uma modelagem matemática de Programação Linear para o problema, bem como demonstrar a aplicabilidade da modelagem matemática (CRESWELL, 2007).

Quanto aos fins a pesquisa aqui apresentada é classificada como exploratória, ou seja, tem como finalidade desenvolver, esclarecer ou modificar conceitos e ideias para que novos problemas sejam analisados; Descritiva, isto é, tem como foco conhecer/descrever as características de uma determinada população; E explicativa, em outros termos, a preocupação desse tipo de pesquisa é identificar os fatores que determinam ou contribuem com a ocorrência de um determinado fenômeno social (GIL, 1999; TRIVINOS, 2008).

Quanto aos meios, a pesquisa é classificada como bibliográfica e estudo de caso. É bibliográfica pois é constituído a partir de livros e artigos científicos e estudo de caso pois é caracterizado pelo estudo profundo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento amplo e detalhado (GIL, 2008).

Para a realização dessa modelagem foi elaborado um questionário de mapeamento de habilidades no Google Forms e foi aplicado com todos os membros da Otimiza Empresa Junior. Por meio desse questionário, foram atribuídas notas de 0 a 5 para todos os requisitos do mapeamento. Através dessas notas, realizou-se um somatório de todos os requisitos necessários para as funções, a partir disso, utilizou-se o *Solver* do *MS Excel* para resolver o problema de designação de função descrito neste estudo.

DESIGNAÇÃO DE ATIVIDADES EM PROJETOS DE SERVIÇOS DE CONSULTORIA PRESTADOS PELA OTIMIZA EMPRESA JUNIOR

Otimiza Empresa Junior

A Otimiza Empresa Junior consiste em um laboratório prático multiprofissional e multidisciplinar que presta serviços de consultoria e desenvolve projetos para micro e pequenas empresas, entidades, futuros empreendedores e sociedade em geral, nas dez grandes áreas da Engenharia de Produção.

Fundada em 2004, a Otimiza Empresa Junior, uma associação civil sem fins lucrativos, é gerida por acadêmicos do curso de Engenharia de Produção Agroindustrial da UNESPAR/Campus de Campo Mourão e conta com a supervisão de um coordenador responsável e o auxílio de professores especializados.

A Otimiza Empresa Junior tem como finalidade: I - Proporcionar aos membros associados efetivos, condições necessárias à aplicação prática dos conhecimentos obtidos durante a graduação; II - Dar à sociedade retorno aos investimentos que ela realiza na Universidade por meio de serviços de alta qualidade, prestados pela OTIMIZA Empresa Junior; e III - Incentivar a capacidade empreendedora dos Membros Efetivos, dando a eles uma visão profissional (ESTATUTO OTIMIZA EJ, 2015).

A estrutura organizacional da Empresa Junior é dividida em: I) Membros Honorários: toda pessoa física ou jurídica que tenha prestado ou venha prestar serviços relevantes para a consecução de determinados projetos que possam ser desenvolvidos pela Otimiza Empresa Junior; II) Membros Efetivos: Trainee, Assessores, Consultores, Analistas, Gerente e Diretores; III) Membros Orientadores: Professores da UNESPAR campus de Campo Mourão do Departamento de Engenharia de Produção; e, IV) Membro Conselheiro: Todo membro eleito na Assembleia Geral para auxiliar os membros (ESTATUTO OTIMIZA EJ, 2015).

A OTIMIZA Empresa Junior conta com oito membros efetivos, sendo eles, três diretores, quatro assessores e um presidente, além de um membro orientador e um membro conselheiro, e atualmente o portfólio de serviços de consultoria oferecidos contempla: Previsão de Demanda, Plano de Marketing, Pesquisa de Mercado, Plano de Negócio e Gestão de Estoque (PORTFÓLIO OTIMIZA EJ, 2021).

A gestão dos serviços de consultoria prestados pela Otimiza Empresa Junior, inicia-se com a formalização do serviço contratado pelo cliente. O serviço contratado recebe a denominação de Projeto, é um membro da EJ indicado para assumir a gerência. O Gerente do Projeto realiza o planejamento do projeto, que consiste em: i) Definir as atividades envolvidas no projeto; ii) Definir os tempos necessários para o desenvolvimento das atividades; iii) Definir os recursos necessários para o desenvolvimento das atividades; e iv) Alocar o pessoal para a execução das atividades. Após a execução do projeto, o Gerente do Projeto elabora um relatório contendo todas as ações desenvolvidas, bem como recomendações e/ ou ações a serem desenvolvidas, que é entregue ao cliente.

Formulação matemática para o problema de designação de atividades

Para auxiliar os Gerentes de Projetos nos processos decisórios de alocação ou designação de pessoal para a execução das atividades dos projetos de serviços de consultoria prestados pela Otimiza Empresa Junior, verificou-se que formulações matemáticas de Programação Linear Inteira são as mais adequadas ao problema em questão.

Na formulação matemática do problema de designação de atividades de projetos desenvolvidos pela Otimiza Empresa Junior a seus membros, a função-objetivo (5) visa maximizar o desempenho do pessoal alocado na execução das funções do projeto. Na formulação matemática foram considerados os seguintes conjuntos de restrições, conforme segue: (6) indicam que cada função do projeto deverá ser executada por um membro; (7) indicam que cada membro deverá executar uma função do projeto; (8) indicam que cada membro poderá executar uma função do projeto; (9) indicam que cada membro deverá executar pelo menos uma função do projeto; (10) indicam o domínio das variáveis de decisão.

Ressalta-se neste ponto, que as restrições (7), (8) e (9) serão utilizadas conforme as características do projeto a ser executado, ou seja, restrições do tipo (7) serão utilizadas quando o número de atividades do projeto for igual ao número de membros disponíveis para a execução do projeto, restrições do tipo (8) serão utilizadas quando o número de atividades do projeto for menor que o número de membros disponíveis para a execução do projeto e restrições do tipo (9) serão utilizadas quando o número de atividades do projeto for maior número de membros disponíveis para a execução do projeto.

A formulação matemática que representa o problema de designação de atividades de projetos da Otimiza Empresa Junior é a seguir apresentada.

$$Maximizar\ Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} X_{ij} \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1, \forall\, j = 1, 2, ..., m \qquad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1, \forall\, i = 1, 2, ..., n \qquad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} \leq 1, \forall\, i = 1, 2, ..., n \qquad (8)$$

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} \geq 1, \forall i = 1, 2, \ldots, n \quad (9)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \forall i = 1, \ldots, n, \forall j = 1, \ldots, m \quad (10)$$

Em que: *n* é número de atividades do projeto; *m* é número de membros aptos a desenvolverem as funções; *pij* - peso atribuído ao membro *i* para executar a atividade *j*; e *Xij* = variáveis de decisão que assumem 1, se o membro *i* for designado a função *j* e 0, caso contrário.

Considerando as especificidades de cada serviço de consultoria prestado pela Otimiza Empresa Júnior, para cada projeto a ser executado teremos um modelo específico que incorpore as funções inerentes ao projeto.

Mapeamento de habilidades e competências dos membros da Otimiza Empresa Junior

Como o modelo de programação linear inteira para o problema de designação de atividades utiliza uma matriz de pesos que são atribuídos aos membros na execução das atividades, foi realizado um mapeamento de competências e habilidades dos membros da Otimiza Empresa Junior. O intuito deste mapeamento foi identificar o nível de conhecimento de todos os membros, com o objetivo de designar atividades compatíveis com as competências e habilidades dos membros.

Este mapeamento foi realizado através da aplicação de um questionário, aos membros da Otimiza Empresa Junior. As questões englobadas no mapeamento, bem como os critérios de avaliação usados para as atribuições de notas são a seguir descritas.

- **Áreas da Engenharia de Produção:** Cada membro da Otimiza Empresa Junior produziu textos dissertativos sobre conhecimentos das Áreas de Engenharia de Operações e Processos da Produção (1), Logística (2), Pesquisa Operacional (3), Engenharia da Qualidade (4), Engenharia do Produto (5), Engenharia Organizacional (6), Engenharia Econômica (7), Engenharia do Trabalho(8), Engenharia da Sustentabilidade (9) e Educação em Engenharia de Produção (10). Para os textos, avaliados por docentes do curso de EPA, foram atribuídas nota de 0 a 5, ou seja, 0 para nenhum conhecimento a respeito do assunto e 5 para muito conhecimento.

- ***Softwares* utilizados pela Otimiza Empresa Junior:** Conhecimentos sobre os *Softwares* Excel (1), Word (2), Power Point (3), Slack (4), Trello (5) e Canva (6). Foram atribuídas notas 0 a 5, sendo 0 para nenhum conhecimento e 5 para conhecimento avançado;

- **Serviços ofertados pela Otimiza Empresa Junior:** Conhecimentos sobre Previsão de Demanda (1), Plano de Marketing (2), Pesquisa de Mercado (3),

Plano de Negócio (4) e Gestão de Estoque (5). Foram atribuídas notas 0 a 5, sendo 0 para nenhum conhecimento e 5 para conhecimento avançado;

- **Idiomas:** Conhecimentos em Inglês (1) e Espanhol (2). Foram atribuídas notas 0 a 5, sendo 0 para nenhum conhecimento e 5 para conhecimento avançado;
- **Habilidades Pessoais (*Softs Skills*):** Proatividade (1), Comunicação (2), Visão Sistêmica (3), Flexibilidade (4), Raciocínio Lógico (5), Empatia (6), Liderança (7), Capacidade de Trabalhar em Equipes (8), Inteligência Emocional (9) e Criatividade (10) foram as habilidades pessoais consideradas neste mapeamento. Por se tratar de questões subjetivas, os próprios membros atribuíram pontuações de 0 a 5 para suas habilidades.
- **Disciplinas Concluídas:** Cursando disciplinas do 1 Ano (1), Disciplinas do 1 Ano Concluídas (2), Disciplinas do 2 Ano Concluídas (3), Disciplinas do 3 Ano Concluídas (4), Disciplinas do 4 Ano Concluídas (5) e Cursando Disciplinas do 5 Ano (6). Foram atribuídas notas 0 a 5, sendo 0 para Cursando disciplinas do 1 Ano e 5 Cursando Disciplinas do 5 Ano.

Os resultados do mapeamento de competências e habilidades para cada membro são explicitados na Tabela 1. Estes resultados constituem a base de dados para a resolução dos problemas de designação de atividades de Projetos aos membros da Otimiza Empresa Junior TIMIZA EJ, considerando os requisitos de cada projeto a ser executado pela Otimiza Empresa Junior.

Membro	Áreas da Engenharia de Produção										*Software*						Serviço					Idioma		*Soft Skill*										Disciplinas
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	1	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
M1	2	2	3	2	2	1	1	1	2	3	3	3	3	0	0	0	1	1	1	1	3	4	0	5	3	4	5	4	4	4	4	3	3	2
M2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	3	3	1	1	3	0	0	1	0	1	3	1	4	3	2	5	3	3	4	4	3	3	2
M3	1	2	0	1	2	1	1	0	3	2	3	3	3	0	0	3	1	3	1	3	3	4	0	5	5	5	4	4	4	5	4	4	5	1
M4	1	1	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1	1	0	1	0	0	0	3	1	0	4	0	4	4	2	4	5	5	4	4	0	4	1
M5	2	0	2	2	0	0	2	3	2	4	3	5	5	0	0	3	0	0	3	0	0	1	0	0	2	3	5	1	4	2	4	0	0	2
M6	2	3	2	2	2	2	2	2	3	3	1	5	3	0	3	5	1	3	5	3	3	4	1	3	4	3	2	5	4	5	3	4	5	2
M7	4	1	3	3	3	0	3	0	4	3	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	4	3	4	4	3	4	3	5	4	3	2
M8	1	0	0	1	0	1	1	1	2	1	1	3	3	0	0	0	1	1	3	1	1	1	0	3	3	3	4	4	5	3	5	3	3	1

Tabela 1 – Mapeamento de Competências e Habilidades dos Membros da OTIMIZA EJ.

Fonte: Elaborada pelos autores, 2022.

Pesquisa de mercado: Designação de pessoal para as atividades do projeto

Para ilustrar a aplicabilidade do modelo matemático para solução dos problemas de alocação de pessoal, utilizou o modelo matemático de programação linear para designar atividades do projeto "Pesquisa de Mercado" aos membros da Otimiza Empresa Junior.

Inicialmente o projeto Pesquisa de Mercado foi desmembrado em funções e foram identificadas as competências e habilidades necessárias para a execução das atividades do projeto, conforme pode ser visualizado no Quadro 1 abaixo.

Atividades do Projeto (Fn)	**Competências e Habilidades Necessárias a Execução da Atividade**
Coletar Informações com o Cliente (A1)	Conhecimentos sobre a Área 5 (Engenharia do Produto) e sobre Pesquisa de Mercado; Domínio do Software Word; e *Soft Skills*: Proatividade, Comunicação, Visão Sistêmica, Flexibilidade, Empatia e Inteligência Emocional.
Elaboração do questionário (A2)	Conhecimentos sobre a Área 5 (Engenharia do Produto) e sobre Pesquisa de Mercado; Domínio do Software Word; e Soft Skills: Proatividade, Raciocínio Lógico e Criatividade.
Realização do cálculo amostral (A3)	Conhecimentos sobre as Áreas 3 (Pesquisa Operacional) e 7 (Engenharia Econômica) e sobre Pesquisa de Mercado; Domínio do Software Excel; e *Soft Skills*: Visão Sistêmica e Raciocínio Lógico.
Aplicação do questionário (A4)	Conhecimento sobre Pesquisa de Mercado; Domínio do *Software* Word; e *Soft Skills*: Proatividade, Comunicação, Flexibilidade, Empatia e Capacidade de Trabalhar em Equipe.
Tabulação de dados (A5)	Conhecimentos sobre as Áreas 1 (Engenharia de Operações e Processos da Produção), 3 (Pesquisa Operacional) e 10 (Educação em Engenharia de Produção); Conhecimento sobre Pesquisa de Mercado; Domínio dos Softwares Word e Excel; e *Soft Skills*: Visão Sistêmica, Raciocínio Lógico e Criatividade.
Elaboração do relatório (A6)	Conhecimentos sobre a Área 10 ((Educação em Engenharia de Produção) e sobre Pesquisa de Mercado; Domínio dos Softwares Word, Excel, Power e Canva; e *Soft Skills*: Proatividade, Comunicação, Visão Sistêmica, Flexibilidade, Empatia, Liderança, Capacidade de Trabalhar em Equipe e Criatividade.

Quadro 1 – Atividades e Competências e Habilidades Necessárias a Execução das Funções do Projeto "Pesquisa de Mercado".

Fonte: Otimiza EJ, 2021.

Como o modelo de programação linear para o problema de designação utiliza uma matriz de pesos, neste estudo para atribuir o peso ao membro *i* na execução da atividade *j*, realizou-se um somatório das pontuações dos membros referentes às competências e habilidades necessárias para a execução das atividades e a Disciplinas Concluídas, disponíveis na Tabela 1 (Mapeamento de Competências e Habilidades dos Membros das Otimiza Empresa Junior). Ressalta-se que para a obtenção da matriz de pesos para as competências necessárias à execução somente as notas competências elencadas no Quadro 1 foram utilizadas.

A matriz de pesos atribuídos aos membros para a execução das funções do projeto Pesquisa de Mercado é apresentada na Tabela 2.

MEMBROS (i) / ATIVIDADES (j)	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
A1	32	27	34	30	24	34	29	28
A2	20	17	21	19	11	27	16	17
A3	18	12	15	13	16	20	16	13
A4	25	23	26	25	23	26	21	26
A5	28	21	25	20	25	33	24	20
A6	47	41	53	41	45	53	39	41

Tabela 2 – Matriz de Pesos atribuídos aos membros para a execução das atividades do projeto Pesquisa de Mercado

Fonte: Elaborada pelos autores, 2022

Com base nos dados da Tabela 2, utilizando a equação da função-objetivo (5) e o conjunto de restrições (6), (8) e (10) o problema foi modelado no *Software* MS *Excel* resolvido pela ferramenta *Solver* do *Excel*.

Os resultados fornecidos pelo *Solver* do *Excel* para a designação das atividades aos membros são apresentados na Tabela 3. Para as alocações apresentadas na Tabela 3, o máximo desempenho na execução das atividades é de Z=150.

Membros (i) / Atividades (j)	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	Alocado	Disponível
A1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
A2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
A3	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
A4	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
A5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
A6	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Alocado	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**		
Disponível	1	1	1	1	1	1	1	1		

Tabela 3 – Designação das Atividades do projeto Pesquisa de Mercado aos membros da Otimiza EJ.

Fonte: Elaborada pelos autores, 2022.

Como podemos visualizar na Tabela 3, para a atividade de coletar as informações com o cliente (A1), o membro designado foi o M5, para a atividade de desenvolvimento de questionário (A2), o membro designado foi o M4. Para a execução do cálculo amostral (A3), o membro designado foi o M3.

Na A4, referente a aplicação do questionário, o membro designado para tal, foi o M2. Para A5, tabulação de dados, de acordo com a designação realizada, o membro indicado é o M1. Já para o desenvolvimento do relatório (A6) o membro indicado pela designação foi o M8.

Analisando a Tabela 3, percebe-se que existem mais membros do que funções disponíveis, ou seja, o membro M6 e M7 não foram alocados a nenhuma função, por isso o 0, onde corresponde aos membros.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve como premissa construir um modelo matemático de Programação Linear para o problema de designação de atividades de projetos de Serviços de Consultoria a os membros da OTIMIZA Empresa Junior. Para validar o modelo matemático proposto, foi realizada a aplicação do mesmo ao projeto Pesquisa de Mercado.

Após a execução do *Solver* do *Excel*, verificou-se que o modelo proposto selecionou as melhores opções de designação de membros possíveis, que pode ser comprovado manualmente por se tratar de um problema de pequeno porte. Assim, a modelagem realizada atendeu as necessidades e os objetivos, de maneira rápida e que trouxesse confiabilidade para a seleção de membros para a realização de um determinado projeto.

Com isso, verifica-se que o modelo pode ser facilmente aplicado em diversos outros projetos executados pela OTIMIZA Empresa Junior, bem como por diversas outras empresas juniores na alocação não somente de membros à projetos, como também qualquer outro problema de designação, pois se trata de uma ferramenta que gera resultados confiáveis em um curto período de tempo, o que possibilita análise rápidas e fidedignas.

Sugere-se para trabalhos futuros, realizar essa designação de atividades para outros tipos de projetos desenvolvidos pela a Empresa Júnior. Também, aplicar esse modelo em outras empresas juniores a fim de testar o modelo em diferentes realidades.

REFERÊNCIAS

ABEPRO. Associação Brasileira de Engenharia de Produção. **Engenharia de Produção: Grande área e diretrizes curriculares**. 2001. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/interna.asp?ss=1&c=924>. Acesso em: 10 de Jul. de 2022.

ALVES, R. DELGADO, C. **Programação Linear Inteira**. Faculdade de Economia Universidade do PORTO, 1997. Disponível em: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/74369/2/40539.pdf>. Acesso em: 09 de Jul. de 2022.

ANDRADE, E. L. **Introdução à Pesquisa Operacional: métodos e modelos para a análise de decisão.** 2 a . edição. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2002.

Pesquisa operacional [recurso eletrônico] / Marcos Arenales...[et al.]. - Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2007.recurso digital: (ABEPRO-Campus)

CRESWELL, John W. Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

DUARTE, C. Pesquisa operacional / Cesar Duarte Souto-Maior. – 3. ed. – Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC, 2014.

GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca. O**timização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos.** 2.ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2005

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em: https://ayanrafael.files.wordpress.com/2011/08/gil-a-c-mc3a9todos-e-tc3a9cnicas-de-pesquisa-social.pdf. Acesso em: 07 de Dez. de 2022.

LACHTERMACHER, G. Pesquisa operacional na tomada de decisões : modelagem em Excel / Gerson Lachtermacher. - Rio de Janeiro : Elsevier, 2007 - 4- Reimpressão.

LIMA, G. S. CAMPOS, R. V. M., MARQUES, G. H. **A importância de uma Empresa Júnior: do conhecimento acadêmico às práticas empresariais.** In: CONGRESSO CIENTÍFICO CULTURAL DO

ESTADO DO PARANÁ (CONCCEPAR), VII., 2016, Campo Mourão. Anais [...] Campo Mourão/PR: 2016. Disponível em: <https://conccepar.grupointegrado.br/resumo/a-importancia-de-uma-empresa-junior-do-conhecimento-academico-as-praticas-empresarias/480/1083#:~:text=A%20Empresa%20J%C3%BAnior%20facilita%20o,e%20contribui%20com%20a%20sociedade>. Acesso em: 03 de Ago. de 2022.

MARQUES, Anna Beatriz. RODRIGUES, Rosiane. PRIKLADNICKI, Rafael. CONTE, Taynara. Alocação de Tarefas em Projetos de Desenvolvimento Distribuído de Software: Análise das Soluções Existentes. In: II Congresso Brasileiro de Software: Teoria e Prática, V Workshop de Desenvolvimento Distribuído de Software, 2011, São Paulo. CBSoft II Congresso Brasileiro de Software: Teoria e Prática 2011. v. 11. p. 1-8.

MATOS, C. et al. Programação Linear. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~mcag/FEA2005/Programacao%20Linear.pdf>. Acesso em 08 Jul. de 2022.

MORAIS, Márcia de Fátima. **Introdução à Pesquisa Operacional: Apostila**. Disciplina de Introdução à Pesquisa Operacional, Curso de Engenharia de Produção Agroindustrial, Departamento de Engenharia de Produção, Campus de Campo Mourão, Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Campo Mourão/PR, 2021.

NOGUEIRA, F. **Problema de designação**. Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível em:< https://www.ufjf.br/epd015/files/2010/06/problema_de_designacao.pdf>.Acesso em: 08 jul. de 2022.

Pesquisa operacional : programação linear passo a passo : do entendimento do problema à interpretação da solução [recurso eletrônico] / Fabiano Ahlert (org.) Luís Henrique Rodrigues ... [et al.]. – São Leopoldo, RS : Ed. UNISINOS, 2014. Disponível em: <http://biblioteca.asav.org.br/vinculos/000045/000045c5.pdf> . Acesso em 10 de Jul. de 2022.

OLIVEIRA, S.; ANDRADE, A.; FREIRE, G.; DE LIMA, L. N. D.; DE ALMEIDA, J. A. **Modelo Multicritério Combinado com Programação Linear Inteira para Apoiar a Seleção e Designação de Monitores em Disciplinas de Um Curso Pré-Vestibular.** In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, XXXVIII, 2018, Maceió. Anais [...] Maceió: ENEGEP, 2018. Disponível em: <https://www.abepro.org.br/biblioteca/TN_STO_263_510_36406.pdf>. Acesso em 8 de Jul. de 2022.

RODRIGUES, L.H. *et al.* **Pesquisa Operacional.** Programação Linear passo a passo: do entendimento do problema à interpretação da solução. Editora Unisinos, 2014. Disponível em: <http://biblioteca.asav.org.br/vinculos/000045/000045c5.pdf >. Acesso em: 08 Jul. de 2022.

SUCENA, Marcelo. **Unidade I - Programação Linear Inteira**. 2012. Disponível em: <https://docplayer.com.br/4756642-Unidade-i-programacao-linear-inteira.html>. Acesso em: 02 Mar. de 2023.

TAHA, HAMDY A. Pesquisa Operacional. 8ª. edição. Prentice-Hall: São Paulo, 2008.

TRIVIÑOS, Augusto N. S. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em Educação.** São Paulo: Atlas, 2008.

OS ALUNOS E A DIFICULDADE EM APRENDER MATEMÁTICA. ONDE ESTÁ O PROBLEMA? NO PROFESSOR, NO ENSINO OU NO ALUNO?

Data de aceite: 01/02/2024

Carolina Adarc de Sales Couto
Graduada em Matemática – IFTM/Paracatu-MG

Ângelo Gomes de Melo
Mestre em Ciências, Professor de Matemática e Química – IFTM/Paracatu-MG

Cátia Caixeta Guimarães Reis
Mestre em Educação, Professora de Matemática – IFTM/Paracatu-MG

RESUMO: A presente pesquisa apresenta um breve estudo sobre ”Os alunos e a dificuldade em aprender Matemática. Onde está o problema? No professor, no ensino ou no aluno?”. Visto que a Matemática é a ciência que estuda, por método dedutivo, objetosabstratos (números, figuras, funções) e as relações existentes entre eles, é na práticaeducativa o processo pelo qual são assimilados, conhecimentos e experiências acumulados pelo aluno no cotidiano. O objetivo foi examinar as dificuldades que os alunos têm em aprender Matemática. O método utilizado foi o estudo de caso, por meio de pesquisa de campo por intermédio de questionários aplicados a alunos e professores e análises na abordagem qualitativa. Após a realização da análise de dados, como complemento às repostas dos professores entrevistados, conclui-se, embasado nos questionamentos respondidos pelos alunos, que ambos concordam que o lúdico deve fazer parte da vida escolar. E que pode ser vivenciado e interpretado em situações da vida cotidiana, como voltar um troco, aplicar um desconto, calcular o tempo de algo, melhorando assim a didática - onde está concentrada a maior parte do problema - das aulas de Matemática, tornando-a mais atrativa.
PALAVRAS-CHAVE: Matemática; Aluno; Aprendizagem; Professor.

STUDENTS AND THE DIFFICULTY IN LEARNING MATHEMATICS. WHERE IS THE PROBLEM? IN THE TEACHER, IN THE TEACHING OR IN THE STUDENT?

ABSTRACT: This research presents a brief study on “Students and the difficulty in learning Mathematics. Where is the problem? In the teacher, in teaching or in the student?”. Since Mathematics is the science that studies, by deductive method, abstract objects (numbers, figures, functions) and

the relationships between them, it is in educational practice the process by which knowledge and experiences accumulated by the student in everyday life are assimilated. The objective was to examine the difficulties that students have in learning Mathematics. The method used was the case study, through field research through questionnaires applied to students and teachers and analyzes in the qualitative approach. After carrying out the data analysis, as a complement to the responses of the interviewed teachers, it is concluded, based on the questions answered by the students, that both agree that playfulness should be part of school life. And that can be experienced and interpreted in situations of everyday life, such as returning change, applying a discount, calculating the time of something, thus improving the didactics - where most of the problem is concentrated - of Mathematics classes, making it more attractive.
KEYWORDS: Mathematics; Pupil; Apprenticeship; Teacher.

INTRODUÇÃO

No decorrer desses longos anos da história da educação, no que se atribui a aprendizagem da Matemática, convivemos com uma realidade desprazerosa, por ainda ser um desafio nas escolas. Para Bossi e Schimigue (2020) o ensino da Matemática sofre uma recusa por vários alunos, devido a diferentes motivos, sendo de suma importância que o docente repense a sua prática pedagógica.

Na atualidade, a dificuldade na aprendizagem no ensino da Matemática, tornou- se objeto de pesquisas, afim de justificar as causas dessa resistência no ensino. Métodos automáticos e mecânicos é um dos principais motivos pelos quais os alunos têm dificuldade no aprendizado da Matemática, visto que apenas reproduzem o que foi escrito no quadro pelo professor.

Logo, os docentes precisam aprender os conceitos matemáticos e inserir nesse contexto, novas formas de ensino.

> Sabe-se que a típica aula de Matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender Matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor (D'AMBROSIO, 1989, p.15).

A complexidade da disciplina de Matemática não é especificamente a dificuldade encontrada pelos alunos, no entanto, a falta de capacitação dos professores e a falta de recursos pedagógicos, são reflexos dessa hesitação.

Nesse sentido, o estudo pode e deve ser melhorado, com o desenvolvimento de novas metodologias e hábitos que despertem o interesse dos alunos, a fim de proporcionar um melhor aproveitamento da disciplina. Proença et al. (2020) nos seus estudos realizados

no Ensino Fundamental, relatam que as dificuldades apresentadas na resolução de problemas matemáticos estão relacionadas ao tipo de ensino realizado em sala de aula no Ensino Fundamental.

O objetivo deste estudo foi averiguar onde está o problema, se é no professor, no ensino ou no aluno, pois de acordo os autores citados, quando o assunto é sobre números, os alunos têm grande dificuldade, o que acaba comprometendo o seu desenvolvimento e aprendizagem, afetando assim as tarefas simples do cotidiano, como comprar algo. Segundo Proença et al. (2020), o ensino em sala de aula sofre interferência por vários fatores externos, tais como: i) Elevado número de alunos em sala de aula; ii) Falta de acompanhamento dos pais; iii) Sistema de ensino e currículo que são engessados; iv) Desinteresse dos alunos quanto aos estudos.

Proença et al. (2020) entendem que todos os fatores envolvidos no processo escolar podem interferir no ensino do professor em sala de aula. Toda a gestão escolar deve estar envolvida no processo de ensino, visando proporcionar condições adequadas para um bom desempenho do trabalho docente.

São muitas as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, tanto por parte dos alunos quanto por parte dos professores. Segundo Bessa (2007, p.4), essas dificuldades podem estar relacionadas

> [...] ao professor (metodologias e práticas pedagógicas), ao aluno (desinteresse pela disciplina), à escola (por não apresentar projetos que estimulem o aprendizado do aluno ou porque as condições físicas são insuficientes) ou à família (por não dar suporte e/ou não ter condições de ajudar o aluno).

Conforme Proença et al. (2020), é indispensável que sejam implementadas políticas educacionais públicas que objetivem à valorização da educação escolar e visem um ensino para o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas.

Segundo Vitti (1999, p.50), por meio da História da Matemática pode-se compreender a origem das ideias presentes em nossa sociedade atual. A contagem de números surgiu, há milhares de anos, de forma natural e espontânea. Sendo assim, a Matemática foi uma das primeiras descobertas do homem.

Pelo fato de a Matemática ser uma vasta ciência, surgiu ao longo dos anos, a necessidade de criar teorias para se chegar ao nosso entendimento de hoje, o qual se tornou indispensável, pois mesmo não querendo, não há como viver sem Matemática. Para BOYER (2003) a Matemática é compreendida como uma ciência do raciocínio lógico e abstrato, segundo ele a Matemática mostra muitas linhas de estudos e, em suas particularidades, a significância presente em cada uma delas.

Embora muitas vezes não se perceba, ela está presente em qualquer coisa que fizermos, desde o relógio que desperta para nos acordar até as informações que chegam até nós em um piscar de olhos. Tudo envolve Matemática.

Silva (2014) relata que devido ao fato da necessidade de sobrevivência, surgiu as primeiras deduções lógicas, as quais são citadas no cotidiano da humanidade por meio de teorias, expressões e fórmulas. Dessa forma, chegou-se a a conclusão que as civilizações e a Matemática se desenvolveram praticamente na mesma proporcão.

Por meio de uma pesquisa de campo, baseada em abordagens bibliográficas, investigação por meio de questionário e descrição dos dados coletados a partir da pesquisa de campo, averiguou-se quais foram as dificuldades encontradas pelos alunos, em aprender Matemática, em uma escola pública de João Pinheiro-MG no ano de 2021.

No presente trabalho, apresenta-se o interesse em entender as dificuldades presentes no ensino e qual o interesse que os alunos têm em aprender e buscar novos conhecimentos.

A escolha desse tema justificou-se devido à necessidade de entender onde está o problema que faz com que o ensino da Matemática ser o pavor da maioria dos alunos, independentemente da idade de cada um deles. Além do mais, esclarecer que ela não é apenas uma matéria de aprendizagem e sim uma ferramenta essencial no dia a dia.

Nesse sentido,

> [...] o ensino de Matemática, assim como todo ensino, contribui (ou não) para as transformações sociais, não apenas através da socialização (em si mesma) do conteúdo matemático, mas também através de uma dimensão política que é intrínseca a essa socialização. Trata-se da dimensão política contida na própria relação entre o conteúdo matemático e a forma de sua transmissão-assimilação (DUARTE, 1987, p.78).

A relevância social da pesquisa baseou-se na necessidade de esclarecer a todas as pessoas interessadas, as dificuldades enfrentadas pelos alunos no ensino da Matemática e o que isso interfere no cotidiano deles.

> Por isso, é fundamental que as crianças com dificuldades de aprendizagem não sejam vistas como culpadas, e que a escola não sacralize como único valor o rendimento escolar, de modo que aqueles que tenham dificuldades de aprendizagem sejam bem-aceitos na escola, na família e na sociedade, circunscrevendo o problema à própria dificuldade de aprendizagem (COLL; MARCHESI e PALACIOS, 2004, p.119).

E como relevância acadêmica, oportunizou-me compreender como futura docente, os pontos a serem melhorados para que o aluno tenha uma melhor forma de assimilação da sala de aula com o mundo fora dela.

A problematização baseou-se nos seguintes questionamentos: 1) Porque os alunos não conseguem aprender de forma harmoniosa? 2) O que os professores usam como recurso para tornar as aulas mais atrativas? 3) Como demonstrar as teorias oferecidas pelos livros didáticos na vida real?

A hipótese do presente trabalho, baseada na problematização, foi que por meio do ensino da Matemática, o professor (agente passivo) poderá dar ao aluno (agente

ativo) oportunidades de apresentarem seus conhecimentos prévios de acordo com a sua realidade. Uma das maneiras disso acontecer é a apresentação de problemas envolvendo a realidade do aluno. A Base Nacional Comum Curricular - BNCC propõe que os problemas devem abordar as diferentes áreas de conhecimentos Matemáticos (BRASIL, 2018).

Dessa forma, relaciona-se assim os números a vida cotidiana, criando um entendimento de que a Matemática não é apenas mais uma disciplina, mas sim uma ferramenta necessária no dia a dia do ser humano, e que não há sequer um minuto em que não estamos usando algo matemático em nossa sociedade.

Esta pesquisa teve como objetivo geral compreender "Os alunos e a dificuldade em aprender Matemática. Onde está o problema? No professor, no ensino ou no aluno?". E de um modo mais específico: 1) Observar a prática pedagógica usada pelos professores de Matemática no processo de ensino de uma Escola Estadual de João Pinheiro/MG; 2) Averiguar a visão dos professores em relação a como os alunos se desenvolvem em sala de aula; 3) Mostrar a opinião dos alunos sobre como aprender Matemática; 4) Investigar quais as principais dificuldades em Matemática e o porquê delas; 5) Distinguir se o problema está no professor, no ensino ou no próprio aluno; 6) Destacar a importância da Matemática na vida cotidiana do aluno e transformá-la em ferramenta de ensino.

Primeiramente foi discutido sobre a história da Matemática e sua importância, o papel do professor no processo de desenvolvimento do aluno e como os jogos podem ser usados como recursos pedagógicos para tornarem as aulas mais atrativas, visando a melhoria da aprendizagem.

Na sequência foi destacado o resultado da pesquisa, por meio da apresentação e análise dos dados, onde os professores, alunos e ex-alunos da instituição investigada tiveram a oportunidade de expor suas opiniões, por intermédio de questionários aplicados.

Este estudo mostrou onde está o problema do aluno que não aprende Matemática, já que a mesma não é apenas um campo de conhecimento e sim ferramenta essencial no cotidiano da sociedade.

METODOLOGIA

A referida pesquisa de campo apresentou como objetivo, identificar onde está o problema do aluno ter dificuldade em aprender Matemática, se é no professor, no ensino ou no aluno.

Para a realização da referida pesquisa foram feitos questionários virtuais pela plataforma *Google Forms* – explícitos no quadro 1 e 2 desse artigo. O questionário denominado como A, foi aplicado aos alunos e o outro denominado como B, foi aplicado aos professores. Os questionários foram aplicados a alunos do Ensino Médio e professores da Escola Estadual envolvida na referida pesquisa.

As questões abertas foram de suma importância na análise de dados coletados, pois foram elas que deram aos entrevistados, a oportunidade de falar o que pensavam.

> O questionário consiste em um conjunto de questões sistemáticas e sequencialmente dispostas em itens que constitui o tema da pesquisa, com o objetivo de suscitar dos informantes, respostas por escrito sobre o assunto que os informamos saibam opinar ou informar. É uma interlocução planejada (CHIZZOTTI, 1991, p.55).

Em seguida, os resultados dos dados da pesquisa foram representados de forma textual e gráfica, logo após, fez-se a análise e interpretação dos dados da pesquisa. Toda a a investigação foi feita com o intuido verificar onde está o problema do alunos terem dificuldade em aprender Matemática.

É muito interessante perceber o quão diferente é o trabalho de cada profissional. No entanto, estas diferenças tornam-se únicas à medida que os professores, sob a supervisão de sua gestora e da equipe pedagógica que os apoia, interagem e complementam seus conhecimentos, pensamentos e ações.

Os nomes apresentados – por respeito aos membros da escola, alunos e ex-alunos – serão trocados por nomes fictícios, sem que o conteúdo de suas declarações seja alterado, além de todas as respostas serem citadas na íntegra. Foram feitas cinco questões abertas e uma fechada para os professores. Veja abaixo o quadro 1, mostrando os questionários aplicados aos professores.

Questionário aplicado aos professores	Alternativas
Há quanto tempo você dá aulas de Matemática?	a) 13 anos. b) 30 anos. c) 2 anos e 3 meses. d) 12 anos.
Muitos alunos dizem não gostar de Matemática. Você como professor, acha que o problema está na didática, nos métodos de ensino ou no próprio aluno? Justifique sua resposta.	a) Não generalizando, acredito que o problema esteja, principalmente, na didática, pois no decorrer da minha carreira consegui mudar essa concepção em muitos alunos. b) Penso que está na didática. O modo de condução do contéudo contribui para que o aluno a veja com outros olhos. c) O maior problema está na didática e/ou métodos de ensino. d) Particurlarmente, creio que seja na didática. Algumas formas de demonstrar o conteúdo faz com que o aluno demonstre interesse ou não.
Se o problema estiver nas metodologias de ensino utilizadas na escola, como pensar em formas de mudar esse quadro e tornar a Matemática mais atrativa para os estudantes?	a) Primeiramente, não utilizar métodos de memorização e trazer para eles problemas relacionados ao cotidiano. b) A utilização de jogos, desafios, servirá para estimular e motivar o aprendizado. c) Trabalhando de maneira mais divertida/ dinâmica e menor "séria" para evitar "medos" nos alunos. Além disso, é importante tentar manter um vínculo amigável como os alunos. d) Aulas ao ar livre com situações reais do dia a dia, com problemas relacionados a realidade do aluno, pois assim facilitaria a assimilação. Realização de bingos, mini-campeonatos de operações e coisas afins.
Como ajudar um aluno que tem medo de Matemática?	a) Mostrar que existem várias formas diferentes de chegar ao entendimento do conteúdo, e que nem sempre a nossa forma é a correta. b) É necessário cativá-lo, fazer com que perca esse medo, mostrando que há diversos meios de ensino-aprendizado. c) Levando até ele um contato amigável e divertido da disciplina, com brincadeira e dinâmicas, além de tentar aumentar a proximidade com esse aluno(a). d) Sendo próximo, cativando ele, buscando entender a realidade em que ele vive. As vezes o problema dele demonstrar medo da Matemática está relacionado a algo mal resolvido no dia a dia dele, no ambiente em que vive.
Com que frequência você usa aulas lúdicas com seus alunos?	a) Uma vez na semana. b) A cada quinze dias. c) Uma vez no mês. d) Raramente. e) Não faço.
Qual sugestão você me daria como futura professora de Matemática?	Não houve alternativas.

Quadro 1 – Questionário aplicado aos professores.

Foram feitas quatro questões abertas e duas fechadas para os alunos. Veja abaixo o quadro 2, mostrando os questionários aplicados aos alunos do Ensino Médio de uma Escola Estadual em uma cidade de Minas Gerais.

Questionário aplicado aos professores	Alternativas
Na sua opinião, onde está o problema dos alunos terem dificuldades em aprender Matemática?	a) Nos livros didáticos. b) No professor. c) No aluno. d) Aluno e professor.
O que te impede de aprender a Matemática?	a) Muita das vezes as informações são acumuludas. b) Professores que não têm a paciência para ensinar. c) Exercícios muitos complexos, que não consigo resolver, por isso acabo desistindo. d) Falta de atenção e responsabilidade. e) A forma rápida de explicar. f) Não consigo focar na aula. g) Falta de uma boa explicação. h) Falta de interesse, distração.
Quais as dificuldades que você encontra ao realizar os exercícios propostos?	a) A interpretação. b) Interpretação da questão. c) Falta de foco, e exercícios complicados. d) Não lembrar como formar as contas e etc. f) Números me deixa confuso(a) e quando tem letra piora tudo. g) Não ter um suporte para que eu possa buscar ajuda. h) Não ter entendido a matéria do exercício. e) Todas.
Você acha que as aulas de Matemática precisam de uma didática mais atrativa?	a) Sim, porque Matemática é uma matéria interessante, mas prescisa ser mais atrativa. b) Sim, para achar mais fácil de ser entendida. c) Sim, para prender mais a atenção do aluno, fazendo com que ele se interesse pela matéria. d) Sim, pois tudo com inovação chama mais a atenção. e) Sim. f) Não sei. g) Sim, para que os alunos se sintam atraídos pela matéria. h) Sim, para atrair a atenção dos alunos, fazendo-os participar mais e consequentemente aprender a desenvolver mais interesse na matéria.
Com que frequência você se dedica você se dedica aos estudos na intenção de aprender e reforçar a matéria que foi dada em sala de aula?	Não houve alternativas.
Quais sugestões você deixa para que as aulas de Matemática sejam mais atrativas e fáceis de aprender?	Não houve alternativas.

Quadro 2 – Questionário aplicado aos alunos.

REFERENCIAL TEÓRICO

Neste momento tem-se por objetivo apresentar, por meio do referencial teórico, a história da Matemática como recurso didático, o papel do professor no desenvolvimento e aprendizagem do aluno e apresentar como as atividades lúdicas, os jogos, monstrando como eles podem servir de recurso pedagógico para tornar as aulas mais atrativas.

A História da Matemática

Primeiramente, pode-se considerar a Matemática como uma criação do homem , sendo um instrumento de investigação. Ao analisar os objetos matemáticos, observamos que são construções feitas ao longo dos anos de acordo as necessidades culturais e históricas de cada sociedade.

Segundo Vitti (1999, p.50):

> A história dos números tem alguns milhares de anos. É impossível saber exatamente como tudo começou. Mas uma coisa é certa; os homens não inventaram primeiro os números para depois aprenderem a contar. Pelo contrário, os números foram se formando lentamente, pela prática diária das contagens.

Muitas vezes a pessoa não sabem nem ler e nem escrever, porém conhecem o sistema numérico e monetário, devido a troca de informações e relações comerciais. Na na maioria dos casos, a pessoa adquire esse conhecimento fora da escola, por meio de situações vivenciadas no dia a dia (BRASIL, 2001).

> Diante destes dados históricos, onde poderia ser localizado o início da Matemática? Preliminarmente, seria útil tentar definir o que é Matemática. Para poupar tempo ao leitor, é bom dizer que esta questão tem inquietado os sábios há muito tempo e jamais se chegou em uma resposta aceita por todos. Algumas pessoas preferem dizer, com certa dose de ironia mas com bastante razão: ' Eu não sei definir o que é Matemática, mas quando a vejo reconheço-a imediatamente' (GARBI, 1997, p.7)

A Matemática está presente em todo e qualquer momento do dia a dia das pessoas. Quando marca-se uma data, quando alguém quer saber quantas horas são, quando verifica-se o valor de uma alguma mercadoria, na volta de um troco quando se compra uma mercadoria, em uma troca de dinheiro, enfim, na maior das vezes, a Matemática é utilizada no dia a dia das pessoas.

"Acredito que um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas" (D'AMBRÓSIO, 1999, p.97).

A Matemática é de extrema importância para o ser humano. Independentemente se gosta ou não de números, ainda assim, a pessoa já pertence ao contexto numérico. Por meio de estudo da História da Matemática o aluno pode relacioná-la com suas experiências vivenciadas no cotidiano.

> As práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses e a interpretações dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer o ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade (D'AMBROSIO, 1999, p.97).

A História da Matemática traz contribuições excelentes para o ensino de Matemática, pois propõe uma reflexão de assuntos variados, conduzindo os alunos a compreender ideias e entender os conceitos matemáticos que foram descobertos, além de aproximar a Matemática do cotidiano, como necessidade humana.

Seguindo essa lógica, Miguel e Miorim (2004) enfatizam que a História da Matemática, se utilizada adequadamente, associada ao conhecimento matemático e suas aplicações, pode levar os alunos a compreender alguns fatores:

> 1) Matemática é uma criação humana; 2) As razões pelas quais as pessoas fazem Matemática; 3) As conexões da Matemática com outras áreas; 4) Necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas estimulam desenvolvimento matemático; 5) A curiosidade estritamente intelectual leva a generalização de ideias; 6) Mudança na percepção dos objetos matemáticos; 7) Abstração em relação a generalização da história do pensamento matemático; 8) A natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIGUEL e MIORIM, 2004, p.33).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira – LDB – nos deixa claro a necessidade de trabalhar com áreas distintas do conhecimento, de modo que os alunos tenham uma formação íntegra (BRASIL, 2011). Tal entendimento também é expresso por Groenwald et al. (2004) ressaltando que:

> O enfoque histórico é uma proposta metodológica que permite ao aluno descobrir a gênese dos conceitos e métodos que aprenderá em aula. Em outras palavras este enfoque permitirá ao aluno fazer relação das ideias Matemáticas desenvolvidas em sala de aula com suas origens. O conhecimento da História da Matemática proporciona uma visão dinâmica da evolução dessa disciplina, buscando as ideias originais em toda sua essência (GROENWALD et al., 2004, p.47).

O fato de utilizar a História da Matemática em sala de aula, na maioria da vezes, proporciona aos alunos um melhor entendimento, além de despertar interesse e motivá-los a ir em busca de novos conhecimentos.

Segundo Fauvel, citado por Brito e Mendes (2009 p.9):

> A importância do uso da história no ensino de matemática justifica-se pelos seguintes fatos: 1) A história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática; 2) Humaniza a matemática; 3) Mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação de tópicos no currículo; 4) Os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram; 5) Contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação à matemática, e 6) Suscita oportunidade para a investigação em matemática.

Dessa forma, os alunos desenvolvem o senso crítico e passam a relalcionar os conteúdos vistos em sala de aula com as situações vividas fora dela. Por intermédio do professor, o aluno poderá ter oportunidade ser ativo no processo escolar e aprender a atuar de forma reflexiva e autonôma em situações cotidianas dentro e fora da escola. O aluno, ainda, poderá ir em busca de novas soluções na resolução de problemas. Eles começam a entender melhor o papel de cidadão, buscando atuar de forma consciente na sociedade em que vive.

O papel do professor no processo de Desenvolvimento-Aprendizagem do aluno

A história da Matemática vem ganhando sentido ao longo de sua trajetória, o que torna facilitador para o ensino atual. A busca de estratégias de ensino requer grande estudo e anseio pelo novo. É preciso que haja interação do professor com o aluno, garantindo assim um melhor controle do material a ser trabalhado e do conhecimento a ser adquirido.

O professor tem o papel de formar indivíduos à sociedade, auxiliando no desenvolvimento da capacidade de cada aluno, além de prepará-los à participação transformadora na vida social.

Não basta o professor conter as teorias e resolver atuar. É preciso perceber as diferenças no aprendizado da turma. Portanto, a educação e o processo de ensino-aprendizagem só ocorrem de forma positiva, quando todos os envolvidos se sentem realmente dentro do processo e ambos se sentem capazes e influenciados a contribui um com o outro. Dessa forma todos ganham: alunos, professores, escola e sociedade.

> Para mim é impossível compreender o ensino sem o aprendizado e ambos sem o conhecimento. No processo de ensinar há o ato de saber por parte do professor. O professor tem que conhecer o conteúdo daquilo que ensina. Então para que ele ou ela possa ensinar, ele ou ela tem primeiro que saber e, simultaneamente com o processo de ensinar, continuar a saber por que o aluno, ao ser convidado a aprender aquilo que o professor ensina, realmente aprende quando é capaz de saber o conteúdo daquilo que lhe foi ensinado (FREIRE, 2003, p.79)

A Matemática é algo que se faz presente a todo instante na vida do aluno. Por isso é preciso que o professor caminhe junto às inovações, em busca de mudanças e atualizações. É necessário que o professor promova interação do aluno com o objetivo de se apropriar no contexto social.

Existem estratégias que dão certo e outras que precisam de mais alguma coisa para melhorar, as quais exigem estudos e planejamento para que os objetivos possam ser alcançados. Cabe ao professor proporcior um aprendizado prazeroso, ajudando assim no desenvolvimento do aluno de forma mais significativa, entendendo a realidade de cada um, buscando seus conhecimentos prévios e tendo entendimento profundo em relação ao que é proposto.

O professor deve planejar suas aulas, sempre objetivando o desenvolvimento do aluno como um todo. O educador que sabe reconhecer o valor dos métodos que tem em mãos e consegue organizar um ambiente favorável, possivelmente obterá uma boa qualidade no desenvolver dos alunos. Pois “Educar não é transferir conhecimentos, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção” (FREIRE, 1996).

O professor/educador é a chave do processo de aprendizagem e deve ser visto como instrumento fundamental. Independentemente do tempo da sua trajetória de vida profissional, sempre terá possibilidades de desempenhar uma prática educacional significativa, buscando sempre ser o principal intermediador do processo.

Os jogos como recurso pedagógico no ensino da Matemática

Antes de falarmos de jogo em si, é importante ressaltar que “jogo” veio do vocabulário latino *ludus*, que tem o significado de diversão. Ele é um recurso que promove um ambiente agradável, motivando o aluno na maioria das vezes e possibilitando a ele desenvolver diversas habilidades, de acordo com o Dicionário de Filosofia (ABBAGNANO, 1901).

Os jogos e as brincadeiras mudaram muito desde os séculos passados até nos dias atuais, mas o prazer em brincar/jogar continua o mesmo. O jogo é divertido e sério ao mesmo tempo, pois tem um papel importante no processo ensino-aprendizagem.

Quando o professor consegue adaptar jogos e brincadeiras à Matemática, isso se torna um recurso metodológico bastante eficaz, podendo ser motivador. A partir daí, o aluno começa a trabalhar habilidades como concentração, noções de espaço e tempo, além de saber respeitar regras.

Grando (2000, p. 24) ressalta que,

> ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que ele representa uma atividade lúdica que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar.

Ensinar usando jogos e brincadeiras cria de certo modo, um ambiente que atrai o aluno, por ser divertido. Ao trabalhar o jogo na escola, o professor faz uso de atividades pedagógicas que estimulam a competência para que todos os alunos se sintam capazes de demonstrar suas habilidades e também suas dificuldades de aprendizagem.

> No jogo, mediante a articulação entre o conhecimento e o imaginado, desenvolve-se o autoconhecimento até onde se pode chegar e o conhecimento dos outros o que se pode esperar e em que circunstâncias (BRASIL, 2001, p.48).

Os jogos são competições e todos devem estar preparados para enfrentar a derrota e a vitória, o que é próprio do ser humano. Todos vivem tentando vencer os desafios na

vida cotidiana, embora nem sempre o êxito é alcançado. No jogo não é diferente. Os alunos também aprendem que:

> O jogo pode ser considerado um dos elementos fundamentais para que o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática possam superar os indesejáveis métodos da decoreba, do conteúdo pronto, acabado e repetitivo, que tornam a educação escolar tão maçante, sem vida e em alegria. O jogo pode ser um elemento importante pelo qual a criança aprende, sendo sujeito ativo desta aprendizagem que tem na ludicidade o prazer de aprender (GROSSO, 2000, p.157).

É muito importante que o aluno saiba se socializar por meio do jogo, para que também possa respeitar as habilidades e capacidade de seus colegas, sem discriminá- los. O aluno deve ser reflexivo, flexível, capaz de dialogar, criativo e, ainda, aprender a conviver com a diversidade, pois, dessa forma, conseguirá interagir melhor da sociedade.

RESULTADOS E REFLEXÕES

Busca de Resultados: Análise Qualitativa da prática Educacional em uma Escola Pública de João Pinheiro no ano de 2021

Aqui se objetivou a apresentar as respostas dos entrevistados e a forma como expressaram seus pensamentos a respeito das dificuldades no ensino Matemática, tanto para alunos e ex-alunos, quanto para os professores.

Análise dos dados da pesquisa de campo

Não é fácil iniciar um trabalho avaliativo no que atinge a qualidade de qualquer atividade; e em relação à educação escolar menos ainda. No entanto é necessário e relevante, quando o objetivo é chegar a um ponto de que considere a importância da Matemática como uso indispensável no cotidiano humano.

A Matemática é uma ciência que, como todas as outras, teve sua origem na necessidade de sobrevivência do ser humano. Desse modo, dizer que é uma matéria difícil se torna uma contradição, pois, como algo que faz parte do dia a dia do ser humano pode ser algo enigmático ou distante?

Partindo desse princípio, a análise dos dados deu-se de início pelo questionamento que se segue, buscando entender *“Onde está o problema de o aluno não aprender Matemática? No professor, no ensino ou no próprio aluno?”*, onde foi realizado dois questionários, um para professores e outro para alunos.

Começando com o questionário dos professores, teve-se como pergunta inicial, “*Há quanto tempo você dá aulas de Matemática?”,* para assim ter-se uma ideia da média do tempo de serviço dos professores. As respostas estão de acordo com o gráfico 1.

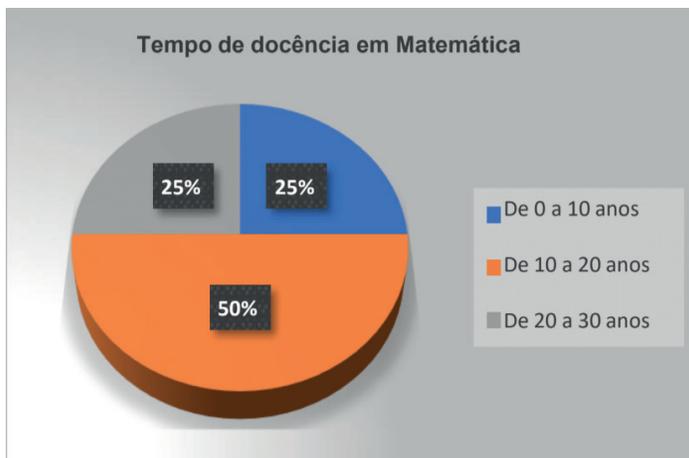



Gráfico 1 – Tempo de Docência em Matemática

Fonte: Do autor

Por meio do gráfico acima foi possível perceber que, a maioria dos professores entrevistados tem, em média, de dez a vinte anos que exercem a profissão de professor de Matemática, e que vinte e cinco por cento dos entrevistados tem mais de vinte anos e os outros vinte e cinco por cento ainda não tem mais de dez anos de atuação.

A pergunta posterior foi relacionada ao tema do presente trabalho, "Muitos alunos dizem não gostar de Matemática. Você como professor, acha que o problema está na didática, nos métodos de ensino ou no próprio aluno? Justifique sua resposta."

> *"Não generalizando, acredito que o problema esteja, principalmente, na didática, pois no decorrer da minha carreira consegui mudar essa concepção em muitos alunos." (Professor João).*
>
> *"Penso que está na didática. O modo de condução do conteúdo contribui para que o aluno a veja com outros olhos." (Professora Maria).*
>
> *"O maior problema está na didática e/ou métodos de ensino." (Professora Ana).*
>
> *"Particularmente, creio que seja na didática. Algumas formas de demonstrar o conteúdo faz com que o aluno demonstre interesse ou não." (Professora Rose).*

Analisando a resposta dos professores, pode-se perceber que ambos concordam que o problema está na didática, o que torna o processo um pouco mais difícil de ser mudado.

Continuando em busca de resultados, a próxima pergunta é de grande valia para se entender o processo de ensino/aprendizagem. "*Se o problema estiver nas metodologias de ensino utilizadas na escola, como pensar em formas de mudar esse quadro e tornar a Matemática mais atrativa para os estudantes?"*

> *“Primeiramente, não utilizar métodos de memorização e trazer para eles problemas relacionados ao cotidiano.” (Professor João).*
>
> *“A utilização de jogos, desafios, servirá para estimular, motivar o aprendizado.” (Professora Maria).*
>
> *“Trabalhando de maneira mais divertida/dinâmica e menos “séria” para evitar “medos” nos alunos. Além disso é importante tentar manter um vínculo amigável com os alunos.” (Professora Ana).*
>
> *“Aulas ao ar livre com situações reais do dia a dia, problemas relacionados a realidade do aluno, pois assim facilitaria a assimilação. Realização de Bingos, mini campeonatos de operações, e coisas afins.” (Professora Rose).*

Analisando os dados acima citados, pode-se perceber que ambos citam maneiras lúdicas e atrativas para tornar o ensino da Matemática de fácil entendimento para que aprendam por vontade e não por obrigação.

Muitos alunos demonstram medo quando o assunto é números, tornando assim o ensino da Matemática como um bicho de sete cabeças, um monstro não dominável. Baseado nesse princípio, o questionamento a seguir, mostra a opinião dos professores em relação a esse medo do aluno. “*Como ajudar um aluno que tem medo de Matemática?”*.

> *“Mostrar que existem várias formas diferentes de chegar ao entendimento do conteúdo, e que nem sempre a nossa forma é a correta.” (Professor João).*
>
> *“É necessário cativá-lo, fazer com que perca esse medo, mostrando que há diversos meios de ensino-aprendizado.” (Professora Maria).*
>
> *“Levando até ele um contato amigável e divertido da disciplina, com brincadeiras e dinâmicas, além de tentar aumentar a proximidade com esse aluno(a).” (Professora Ana).*
>
> *“Sendo próximo, cativando ele, buscando entender a realidade em que ele vive. As vezes o problema dele demonstrar medo da Matemática está relacionado a algo mal resolvido no dia a dia dele, no ambiente em que vive.” (Professora Rose).*

O processo lúdico nos ajuda a construir novas descobertas, além de desenvolver e enriquecer a personalidade. Pensando no contexto da ludicidade, o gráfico 2 a seguir mostra com qual frequência os professores utilizam dessa ferramenta nas aulas de Matemática. “*Com que frequência você usa aulas lúdicas com seus alunos?”.*

Gráfico 2 – Frequência de uso do lúdico

Fonte: Do autor.

Os educadores precisam ser dinâmicos, terem iniciativas e principalmente serem inovadores, sempre na intenção de despertar grandes sonhos, pois os alunos se espelham em seu trabalho. O professor é alguém de suma importância para eles, por isso a necessidade de mostrar aulas mais práticas e atrativas.

Para encerrar o questionário dos professores, foi pedido uma sugestão para futura docente, conforme pergunta a seguir. "*Qual sugestão me daria como futura professora de Matemática?*".

> *"Antes de tudo, paciência, mesmo que você esteja com a razão. Em relação ao conteúdo, nunca vá para a sala de aula sem um planejamento, esteja sempre preparada para as perguntas mais inusitadas e procure formas de não deixar nenhuma dúvida, pois os alunos são muito críticos e nos testam a todo momento, inclusive nas nossas decisões, portanto seja firme e não permita que eles te dominem" (Professor João).*
>
> *"Trabalhar com atividades criativas, softwares matemáticos, atividades lúdicas, mostrar caminhos diferentes de resolução." (Professora Maria).*
>
> *"O principal é tentar criar um vínculo com cada turma em que irá lecionar, pois o aluno que se sente próximo do professor tem muito mais facilidade de absorver o conteúdo, uma vez que não vai ter medo de questionar e vai se sentir bem ao ver um certo interesse do professor na sua vida pessoal." (Professora Ana).*
>
> *"Ter paciência, saber ouvir, e entender que cada aluno é de uma forma. Cada um com suas diferenças, e estar sempre preparado e motivado, pois eles espelham muito em você." (Professora Rose).*

Nem tudo são flores na prática do ensino e aprendizagem em qualquer escola e em qualquer comunidade. Mas se houver o mínimo de interesse e participação de todos os envolvidos, a educação e o aprendizado ganham cada vez mais espaço e mais evidência.

Depois de analisar os dados obtidos pelos professores, iniciou-se a análise do questionário feito aos alunos da referida escola. Como ponto de partida, seguiu o seguinte embasamento, "*Na sua opinião, onde está o problema dos alunos terem dificuldades em aprender Matemática?"*. Pode-se ver as opiniões observando o gráfico 3.

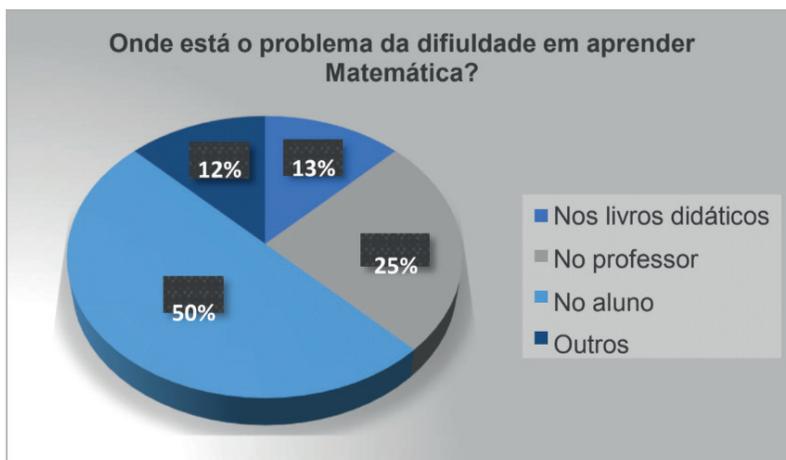



Gráfico 3 – Onde está o problema da dificuldade em aprender Matemática?

Fonte: Do autor.

Analisando o gráfico foi possível perceber que a maioria dos alunos entrevistados acreditam que o problema está no próprio aluno, enquanto vinte e cinco por cento acreditam estar no professor, ainda que treze por cento dizem que o problema está nos livros didáticos, restando doze por cento que dizem que o problema está no professor e no aluno simultaneamente.

Continuando em busca de resultados, os próximos dois questionamentos foram de grande valia para entender quais as dificuldades encontradas pelos alunos nas realizações das tarefas relacionadas a Matemática e o que os impedem de aprender a mesma. "*O que te impede de aprender a Matemática?", "Quais as dificuldades que você encontra ao realizar os exercícios propostos?"*.

Para o primeiro questionamento surgiram as seguintes respostas:

> *"Muita das vezes as informações acumuladas." "Professores que não tem paciência para ensinar."*
>
> *"Exercícios muitos complexos que não consigo resolver, por isso acabo desistindo."*
>
> *"Falta de atenção e responsabilidade." "A forma rápida de explicar."*

> *“Não consigo focar na aula.” “Falta de uma boa explicação.”*
>
> *“Falta de interesse, distração.”*

Para o segundo questionamento, não foram bastante diferentes as respostas, como seguem mostradas logo abaixo:

> *“A interpretação.”*
>
> *“Interpretação da questão, falta de foco, e exercícios complicados.”*
>
> *“Não lembrar como formar as contas e etc.”*
>
> *“Todas.”*
>
> *“Números me deixa confusa e quando tem letra piora tudo.” “Não ter um suporte para que eu posso buscar ajuda.” “Não ter entendido a matéria do exercício.”*

É possível perceber, diante das respostas dos alunos entrevistados, que a maior parte do problema está diretamente ligado ao próprio aluno, como falta de interesse, falta de atenção, falta de interpretação e responsabilidade. Não tirando o peso das costas do professor, que como foi citado, explicam de forma rápida, sem paciência, além de exercícios complexos e informações acumuladas.

No ensino da Matemática, por conter muitas informações que requer um certo conhecimento, a falta de interesse, a falta de atenção e a falta de interpretação estão diretamente ligadas com a dedicação e a frequência de estudos fora do ambiente escolar. Toda perfeição requer prática. E com os cálculos não poderia ser diferente. Partindo daí, deu-se o questionamento acerca dos conteúdos dados em sala de aula, expresso no gráfico 4. “*Com que frequência você se dedica aos estudos na intenção de aprender e reforçar a matéria que foi dada em sala de aula?”.*

Gráfico 4 – Frequência de estudos fora da sala de aula

Fonte: Do autor.

Como pode-se observar no gráfico, a maioria dos alunos entrevistados reveem a matéria dada em sala de aula, em casa, semanalmente. Contudo, não têm excelência no que fazem por falta de dedicação. Pode ocorrer que na hora dos estudos em casa, não têm um ambiente tranquilo e específico para tal função, além de estar com o pensamento ligado em outras coisas no mesmo momento.

No contexto ludicidade, buscou-se saber dos alunos o porquê das aulas precisarem ser mais atrativas e o que eles sugeriam para tal acontecimento.

“Você acha que as aulas de Matemática precisam de uma didática mais atrativa? Por quê?”, “Quais sugestões que você deixa para que as aulas de Matemática sejam mais atrativas e fáceis de aprender?”.

> *“Sim, porque matemática é uma matéria interessante, mas precisa sermais atrativa.”*
>
> *“Sim, para achar mais fácil de ser entendida.”*
>
> *“Sim, para prender mais a atenção do aluno, fazendo com que ele se interesse pela matéria.”*
>
> *“Sim, tudo com inovação chama mais atenção.” “Sim.”*
>
> *“Não sei.”*
>
> *“Sim, para que os alunos se sintam atraídos pela matéria.”*
>
> *“Sim, para atrair a atenção dos alunos, fazendo-os participar mais e consequentemente aprender e desenvolver mais interesse na matéria.”*

Com bases nas informações recebidas, pode-se perceber que todos, exceto um, acredita que as aulas de Matemática precisam de uma didática diferente para se tornarem atrativas, pois como foi relatado, a “*Matemática* é *interessante, porém precisa ser mais atrativa.”*

Para o segundo questionamento, surgiram as seguintes respostas:

> *“Materiais que possam chamar a atenção, com por exemplo no estudo da divisão levar um bolo para dividir.”*
>
> *“Os professores terem paciência, e trazer exemplos práticos do cotidiano para melhorar o entendimento.”*
>
> *“Aulas mais interativas que possam prender a atenção do aluno. Com dinâmicas e campeonatos.”*
>
> *“Paciência, explicar calmamente é ajudar mais os alunos.”*
>
> *“Que contenha alguma dinâmica legal, não tenha letras nos cálculos e a/o professor/a seja legal na hora de explicar e tenha paciência para ajudar os alunos com dificuldade. Bjs tenha um bom dia :) boa sorte com a sua pesquisa.”*
>
> *“Boas explicações, mais professores capacitados, diálogo.”*
>
> *“Atividades em duplas, perguntas diárias, regras matemáticas que interaja com os alunos.”*

Após a realização da análise de dados, como complemento as repostas dos professores entrevistados, conclui-se, embasado nos questionamentos respondidos pelos alunos, que ambos concordam que o lúdico deve fazer parte da vida escolar. E que pode ser vivenciado e interpretado em situações da vida cotidiana, como voltar um troco, aplicar um desconto, calcular o tempo de algo, melhorando assim a didática - onde está concentrada a maior parte do problema - das aulas de Matemática, tornando-a mais atrativas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final desta monografia, espera-se que as abordagens aqui apresentadas possam servir de auxílio a outros estudos e a outras pessoas ligadas direta ou indiretamente com o ensino da Matemática. Ao longo do texto, procurou-se considerar e abordar as dificuldades encontradas no processo de ensino da Matemática.

Os problemas enfrentados pelos alunos na aprendizagem da Matemática não são determinados apenas pela matéria. A escassez de professores, os recursos pedagógicos e a contextualização inadequados, juntamente com a noção preconcebida de que o assunto é desafiador, são fatores que contribuem para estas dificuldades.

Nesse contexto, a precisão de trabalhar este tema é a tentativa de tornar claro, que a dificuldade no ensino acima citado, pela visão dos entrevistados, está na didática, a qual pode ser melhorada por meio de aulas atrativas e lúdicas.

Deve ser refletido e revisto para que haja um aprendizado que seja, de fato, significante, pois na grande maioria das vezes, o insucesso escolar é atribuído à didática do professor. O impasse no aprendizado da Matemática pode ser evitado,na maioria das vezes, por meio de renovações na prática pedagógica.

Os estudiosos apontaram que a Matemática surgiu por meio das necessidades humanas, o que a torna um elemento fundamental em nosso cotidiano sendo assim impossível viver sem ao menos ter uma breve noção do que ela se trata e qual sua importância em nossas vidas.

A construção do conhecimento é facilitada pela Matemática. Sendo assim, para obter sucesso na área de ensino de Matemática é preciso dedicar tempo e desenvolver novas metodologias que incorporem mudanças nas técnicas de ensino, nos métodos de formação de professores e no interesse dos alunos.

Desse modo, o professor necessita descobrir meios para estimular os alunos a terem interesse pelas aulas, visto que, se o processo for prazeroso, eles irão escolher aprender cada dia mais, além de admitirem a importância de estudar, sabendo relacionar o conhecimento adquirido na sala de aula com tarefas do dia a dia.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**; tradução Alfredo Bosi, 21 ed., São Paulo: Martins Fontes, 1998. Título original: Dizionario di filosofia. ISBN 85-336-0865-9, 1991.

BESSA, K. P. Dificuldades de aprendizagem em Matemática na percepção de professores e alunos do ensino fundamental. **Universidade Católica de Brasília**, 2007.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard BencherLtda, 2003.

BOSSI, K. M. L.; SCHIMIGUEL, J. Metodologias ativas no ensino de Matemática: estado da arte. **Research, Society and Development**, *[S. l.]*, v. 9, n. 4, p. e47942819, 2020. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/2819. Acesso em: 02 dez. 2023.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. 3. ed. Brasília: MEC/SEF,2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. (versão final). Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei n. 9.394/96. MEC, 2011.

BRITO, A. J.; CARVALHO, D. L. Utilizando a história no ensino de geometria. In: MIGUEL, A.; BRITO, A. de J.; CARVALHO, D. L.; MENDES, I. A. (Orgs.). **História da matemática em atividades didáticas.** São Paulo: Livraria da Física, 2009. CHIZZOTTI, **A. Pesquisa em Ciência humanas e sociais**. São Paulo: Cortez, 1991.

COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação**: **transtornos de desenvolvimento e necessidades educativas especiais**.2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2004.

D'AMBROSIO, B. S. **Como Ensinar Matemática Hoje?** Temas e debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989.p.15-19.

D'AMBROSIO, B. S. A história da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.(org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97- 115.

DUARTE, N. O compromisso político do educador no ensino da Matemática: In: DUARTE, N.; OLIVEIRA, B. **Socialização do saber escolar**. São Paulo: Cortez, p. 77- 89, 1987.

FREIRE, P. **Cartas a Cristina**: reflexões sobre minha vida e minha práxis. 2ª ed. SãoPaulo: UNESP, 2003.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. Paz e Terra, 1996.

GARBI, G. G. **O Romance das equações Algébricas**. São Paulo: Makron Books, 1997.

GRANDO, R. C. A. **O conhecimento matemático e o uso dos jogos na sala de aula.** Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GROENWALD, C. L. S. **Perspectivas em Educação Matemática**. Canoas: Ulbra, 2004.

GROSSO, MATO. Seduc. **Escola ciclada de Mato Grosso**: novos tempos e espaços para ensinar – aprender a sentir, ser e fazer. Cuiabá: Seduc, 2000.

MIGUEL, A; MIORIM, M. A. Historia en la Educación Matemática: propuestas y desafíos. **Campinas: Autêntica**, 2004.

PROENÇA, M. C. D; MAIA-AFONSO, É. J.; TRAVASSOS, W. B.; CASTILHO, G. R. Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9. º ano do ensino fundamental. **Amazónia: Revista de educação em ciências e matemáticas**, v. 16, n. 36, p. 224-243, 2020. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/29666/. Acessado em: 02 dez. 2023.

SILVA, K. I. **História da Matemática: os primeiros indícios dos números**. Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba, 2014.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2. ed. Piracicaba – SP: Editora UNIMEP, 1999. 103 p.

DO TRIÂNGULO RETÂNGULO ESTÁTICO PARA O CICLO TRIGONOMÉTRICO: PROPOSTA PARA ENSINAR TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Data de aceite: 01/02/2024

Paulo Ferreira do Carmo
Universidade Federal de Mato Grosso – Campus Universitário do Araguaia

Jordanna Souza Rocha
Universidade Federal de Mato Grosso – Campus Universitário do Araguaia

RESUMO: A justificativa para o estudo da trigonometria na educação básica é baseada na sua aplicação em diversas áreas de conhecimento, pesquisas indicam que o professor deve planejar suas aulas explorando diversos registros de representação de conceitos trigonométricos com o intuito de favorecer a aprendizagem do assunto. Diversas pesquisas relacionadas ao tema apontam problemas de aprendizagem afirmando que seu estudo é baseado na memorização de fórmulas e em regras para a resolução de exercícios, em geral, sem relação com o cotidiano dos alunos. Esta comunicação tem por objetivo compartilhar uma sequência didática para o ensino de trigonometria abordando os seguintes tópicos: razões trigonométricas, ciclo trigonométrico, funções periódicas (função seno) e resolução de problemas recorrendo a utilização de materiais concretos com o intuito de potencializar a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio. Para a elaboração da sequência didática recorremos a preceitos da teoria dos níveis de pensamento geométrico (VAN HIELE, 1984) e da Teoria de Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2009) e para o desenvolvimento das atividades propostas na sequência didática sugerimos a utilização da metodologia de ensino Resolução de Problemas.
PALAVRAS-CHAVE: Trigonometria; Razões Trigonométricas; Função Seno.

INTRODUÇÃO

A trigonometria está presente em vários campos do saber como por exemplo, na engenharia, na música, na física, na eletricidade e em quase todo evento que ocorre de forma periódica. Para que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los. Desta maneira o conteúdo de trigonometria se mostra ideal para atender estes requisitos, pois este se trata de um

ramo da geometria onde comumente trabalha-se com números irracionais, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

De acordo com documentos oficiais (PCN, BNCC e orientações curriculares), devido a sua tamanha presença em diversas áreas e pela sua capacidade de aprofundar a noção de número e estimular o caráter investigativo dos alunos, podemos dizer que o ensino e a aprendizagem de trigonometria são significativamente importantes na educação básica.

Porém quando falamos sobre trigonometria nos deparamos com algumas dificuldades que são apresentadas no decorrer do ensino e que acarretam consequências na aprendizagem dos alunos. Acredita-se que parte dessas dificuldades são causadas pela forma de como esse conteúdo é abordado na educação básica.

Segundo Oliveira (2013, p. 82) "o professor deve ter conhecimento das propostas curriculares vigentes para garantir ao seu aluno acesso ao conhecimento básico que se espera desta fase de escolarização". Esse conhecimento por parte do professor é significativo para o modo de como ele ensina trigonometria para seus alunos, visto que:

> Os obstáculos relacionados ao ensino de matemática decorrem em parte, de um ensino baseado em transmissão mecanizada dos conteúdos descontextualizados e pouco desafiadores de pensamento e à inteligência dos estudantes (OLIVEIRA, 2013, p. 85).

De acordo com algumas pesquisas, o estudo da trigonometria se baseia na memorização de fórmulas e regras para a resolução de exercícios, que no geral, são totalmente desarticulados do cotidiano dos alunos. Na pesquisa de Mota *et al.* (2013), os autores apontam algumas dificuldades por parte dos alunos na identificação de elementos do triângulo e na compreensão do significado das razões trigonométricas.

Vários assuntos dentro da trigonometria necessitam do uso de instrumentos manipuláveis, como a construção de triângulos, ângulos, ciclo trigonométrico, entre outros. Na pesquisa de Santos *et al.* (2016) foi detectado que seus sujeitos de pesquisa (alunos da educação básica) apresentaram dificuldades em traçar formas geométricas e seus ângulos devido às inabilidades em trabalhar com os instrumentos manipuláveis, como esquadro, régua, compasso e transferidor.

Na pesquisa de Ramos *et al.* (2014), os autores sugerem que as aulas deveriam ser planejadas recorrendo a utilização de materiais concretos, problemas e desafios, de modo a evitar atividades repetitivas, já que a repetição apenas leva ao domínio do procedimento pela memorização e não pela aprendizagem.

Para Oliveira (2013, p. 80)

> Estas propostas e orientações sugerem que sejam asseguradas as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondam a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo do triângulo retângulo, do triângulo qualquer, na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas.

O professor é o principal agente que faz a mediação entre os alunos e o conteúdo a ser estudado, com isso ele tem o poder de encorajá-los ou desencorajá-los, e com um planejamento de aula, de acordo com as necessidades de seus alunos, ele pode estimular o pensamento, o questionamento e discussão de ideias para resolver problemas, favorecendo a compreensão do assunto. Além disso, o professor pode trazer o conteúdo de matemática de maneira interligada para a vida não só do aluno como também de todo grupo social ao qual ele pertence.

Para Oliveira (2013, p. 12):

> Considerando a trigonometria um dos tópicos da matemática rico em aplicações práticas que envolvem várias áreas de atuação humana, podemos utilizar disto para enriquecer as aulas com atividades práticas que permitam ao estudante compreender a importância dos conteúdos de trigonometria para o desenvolvimento de algumas profissões, além de proporcionar a integração de outros componentes curriculares.

Visto tais dificuldades tanto por parte do ensino quanto da aprendizagem sobre este tema, algumas propostas de ensino são abordadas para que se potencialize essa capacidade de ensinar e aprender. Com base nisso, e observando essas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, faz-se a justificativa deste estudo.

De acordo com os documentos oficiais no Ensino Fundamental - Anos Finais, deve-se colocar em foco, quanto a unidade temática geometria, as análises de ampliações e reduções de figuras planas no sentido de incrementar os conceitos de congruência e semelhança. Sendo assim, as razões trigonométricas mostram-se uma ferramenta conveniente para auxiliar na identificação de figuras congruentes ou semelhantes, visto que duas figuras são semelhantes se, e somente se, seus ângulos (e consequentemente suas razões trigonométricas) são iguais.

Baseado nessas pesquisas e nos documentos oficiais esta comunicação tem por objetivo compartilhar uma sequência didática para o ensino de trigonometria abordando os seguintes tópicos: razões trigonométricas (conceito e aplicações), ciclo trigonométrico e funções periódicas (função seno e função cosseno) e resolução de problemas recorrendo a utilização de materiais concretos com o intuito de potencializar a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio.

Utilizaremos o termo sequência didática, de acordo com Zabala (1998, p. 18) que diz: "são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos".

De acordo com Bini (1977 *apud* ZABALA, 1998, p. 54) a sequência do modelo tradicional, que esse autor denomina circuito didático dogmático, seria formada por 4 fases:

> (1) comunicação da lição; (2) estudo individual sobre o livro didático; (3) repetição do conteúdo aprendido (numa espécie de ficção de haver se apropriado dele e o ter compartilhado, embora não se esteja de acordo com ele), sem discussão nem ajuda recíproca; (4) julgamento ou sanção administrativa (nota) do professor ou da professora.

De acordo com as pesquisas supracitadas, esse modelo de ensino tradicional tem contribuído para agravar os problemas de aprendizagem em trigonometria.

Com relação a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) são indicadas as *unidades temáticas* (números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística); os *objetos de conhecimento* e; as respectivas *habilidades* que são trabalhadas no Ensino Fundamental (EF) e no Ensino Médio (EM) de acordo com o ano ou série. Segue nos quadros a seguir as habilidades (Quadro 1) e as habilidades vinculadas a Competência Específica 3 (Quadro 2) vinculadas aos conteúdos de geometria e de trigonometria que devem ser estudadas no EF - Anos Finais e no Ensino Médio, respectivamente.

Ano	Código	Habilidade
6º	EF06MA19	Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
6º	EF06MA24	Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
7º	EF07MA24	Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
7º	EF07MA25	Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
7º	EF07MA26	Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
7º	EF07MA28	Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida à medida de seu lado.
7º	EF07MA31	Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
7º	EF07MA32	Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
8º	EF08MA14	Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
8º	EF08MA19	Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
9º	EF09MA10	Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
9º	EF09MA12	Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
9º	EF09MA13	Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
9º	EF09MA14	Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

Quadro 1 – Habilidades relacionadas aos conteúdos de geometria e de trigonometria no EF– Anos Finais.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
EM13MAT306 - Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
EM13MAT308 - Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

Quadro 2 – Habilidades relacionadas a Competência Específica 3 no Ensino Médio.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

A proposta de sequência didática abordará os seguintes conceitos/assuntos trigonométricos com o intuito de potencializar a aprendizagem sobre o assunto:

Atividade	Conceito/assunto	Habilidade/competência	Objetivo
1	Razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente).	EF06MA19 EF09MA13	Identificar elementos do triângulo e compreender o significado das razões trigonométricas elementares.
2	Construção e utilização de um Teodolito (aplicação do conceito de razões trigonométricas).	EF08MA19 EF09MA12 EM13MAT308	Construir e/ou saber utilizar instrumentos manipuláveis, como esquadro, régua, compasso, transferidor e teodolito para calcular medidas inacessíveis.
3	A Roda Gigante: funções periódicas (seno ou cosseno).	EM13MAT306 EM13MAT308	Introduzir o conceito de função periódica e discutir suas propriedades através da utilização de materiais concretos.
4	A periodicidade da pressão sanguínea.	EM13MAT306	Resolver problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos.

Quadro 3 – Sequência didática: atividades

Fonte: elaborado pelos autores.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A partir desses estudos podemos afirmar que a aprendizagem de conceitos trigonométricos apresenta problemas de aprendizagens e esta comunicação pretende contribuir para uma melhoria da aprendizagem em trigonometria no Ensino Médio, através de uma sequência didática, recorrendo a preceitos do modelo para o desenvolvimento do pensamento geométrico (VAN HIELE, 1984 *apud* GONÇALVES *et al.*, 2016) e da Teoria de Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2009 *apud* SILVA, TELES, 2020).

O modelo de van Hiele (1984) para o desenvolvimento do pensamento geométrico se coloca como um guia para aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em

geometria. Esse modelo consiste em cinco níveis de compreensão, assim denominados: (1) Visualização; (2) Análise; (3) Dedução Informal; (4) Dedução Formal; e (5) Rigor, que descrevem as características do processo de pensamento (VAN HIELE, 1984 *apud* KALEFF *et al.*, 1994).

Para o casal Van Hiele, no nível 1, os estudantes são capazes de reconhecer e nomear figuras, conversar a respeito delas, agrupá-las e classificá-las, iniciando a compreensão da classificação das formas. No nível 2, os objetos de pensamento, para os estudantes, são todas as formas dentro de uma classe, bem mais do que analisar apenas uma forma única, ou seja, identificar uma forma, não por seu aspecto, mas pelas propriedades das figuras. No nível 3, os estudantes começam a estabelecer relações entre as propriedades dos objetos geométricos sem as restrições de um objeto particular. No nível 4, os estudantes dominam o processo dedutivo, o processo de demonstrações e reconhecem condições necessárias e suficientes – de acordo com Gonçalves *et al.* (2016) o significado da dedução deve ser compreendido como um modo de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. E por fim, no nível 5, os estudantes são capazes de avaliar as distinções e relações entre diferentes sistemas axiomático. O objetivo da sequência didática que será proposta nesta comunicação é fazer com que os alunos atinjam o nível 3 (Dedução Informal) sobre o conceito de razões trigonométricas no triangulo retângulo para em seguida articular com o ciclo trigonométrico e por fim associá-lo à função trigonométrica (função seno) na sua representação tabular, gráfica e algébrica.

A linguagem matemática é composta por simbologias que cumprem a função de fornecer uma representação de um conceito ou de um objeto matemático. Duval (2009, *apud* SILVA, TELES, 2020), em sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), nomeia essas simbologias de representações semióticas. Essas possuem diversos registros de representações como: linguagem natural, tabular, gráfica, algébrica ou figural. Para Duval (2009), a compreensão só ocorre quando os alunos conseguem transitar de uma representação para outra com facilidade, de modo que se torne natural e não mecanizado, mas a maioria dos alunos tem uma compreensão limitada a forma de representação do objeto/conceito matemático causando diversos problemas de aprendizagem. De acordo com Duval (2009), o importante é o tratamento dado registro de representação do objeto estudado. O ato da *conversão* é mudar a forma de como um objeto é representado, conservando suas características totais ou parciais (por ex.: $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$ = 0,25 + 0,50 = 0,75 *conversão* de registros: fracionário → decimal → tratamento decimal), já o *tratamento* ocorre dentro do mesmo registro (por ex.: $\frac{1}{5}+\frac{3}{4}=\frac{19}{20}$ *tratamento* para o registro fracionário). Por isso o professor tem a difícil tarefa de saber expressar a diferença e a equivalência entre as representações.

O objetivo da sequência didática que será proposta nesta comunicação é favorecer um fluência entre os registros geométricos, tabulares, gráficos e algébricos dos conceitos de razões trigonométricas e de funções trigonométricas (função seno) pois de acordo

com Duval, a compreensão só ocorre quando os alunos conseguem transitar de uma representação para outra com facilidade, de modo que se torne natural e não mecanizado.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo de Ramos *et al.* (2014) visou promover a divulgação da construção de materiais instrucionais para o ensino de trigonometria, com o intuito de gerar um debate acerca de sua utilização. Seu público-alvo foram alunos da licenciatura em matemática, professores de matemática da educação básica e interessados em discutir o ensino e a aprendizagem de trigonometria com o uso de materiais manipulativos. Os autores utilizaram a trigonometria como exemplo, por ela apresentar uma relação significativa na aprendizagem relacionada com o desenvolvimento de habilidades e competências, desde que seu estudo esteja relacionado às aplicações, evitando o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações, enfatizando os principais aspectos das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. De acordo com Ramos *et al.* (2014) os professores devem acompanhar constantemente a aprendizagem de seus alunos, a partir de discussões nas aulas, bem como a utilização de recursos nas atividades e através do *feedback*, favorecendo a aprendizagem através de um ensino diversificado. Esses autores concluem o artigo afirmando que a proposta de construção dos materiais foi realizada a partir de atividades vivenciadas por professores e registradas em cursos, eventos, livros e outros locais de pesquisa e que foram desenvolvidos 11 recursos para a construção de uma lista de problemas concernentes ao estudo de trigonometria na educação básica.

O estudo de Santos *et al.* (2016) teve por objetivo descrever a elaboração de uma sequência de atividades planejada por um grupo de licenciandos de matemática, de pedagogia e de uma professora da educação básica e sua aplicação. Seus sujeitos de pesquisa foram alunos de uma turma da 3ª série do EM e o assunto abordado foi trigonometria. Os autores elencaram algumas dificuldades relacionadas ao professor de matemática: ele precisa buscar constantemente soluções para que o ensino de matemática se torne um elemento que supere os obstáculos que ocorrem na atividade docente; seu papel no processo de aprendizagem é de extrema importância; sua formação deveria ocorrer de maneira associada à realidade da sala de aula; seu ensino deveria ser apoiado na reflexão sobre os conhecimentos e também sobre aplicações desses conhecimentos nas demais ciências. Em suas conclusões Santos *et al.*, (2016) afirmaram que seus sujeitos de pesquisa estudaram trigonometria de um modo diferente do ensino tradicional, sentindo-se motivados. E finalizaram o artigo afirmando que "o desenvolvimento da sequência constituiu uma alternativa potencial para o trabalho dos professores, possibilitando a realização de trabalhos como estes" (p. 9).

Galvão *et al.* (2016) citam que a motivação para seus estudos surgiu da constatação de que uma das dificuldades, no estudo das funções trigonométricas, é a compreensão

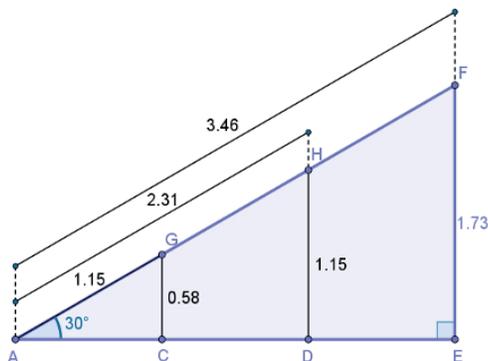
de conceitos como os: do ciclo trigonométrico e da medida de um ângulo em radianos. Esse estudo teve por objetivo: verificar as contribuições de uma estratégia de ensino, formada pela combinação do contexto experimental com o contexto computacional, para a aprendizagem significativa dos principais conceitos presentes na transição das razões no triângulo retângulo para as funções trigonométricas. Afirmaram que foi constatado dificuldades relacionadas às medidas de ângulos em radianos, à representação no ciclo trigonométrico, à construção de tabelas trigonométricas e gráficos em atividades de ensino. Foi criado um conjunto de atividades introdutórias recorrendo a construção da função seno, baseado pelo percurso histórico de construção dos conhecimentos em trigonometria. Seus sujeitos de pesquisa foram 9 alunos de um curso de licenciatura em matemática que cursavam o 3º semestre. Galvão *et al.* (2016) em suas considerações finais afirmaram que foi constatado que a estratégia de ensino trouxe contribuições para a aprendizagem significativa dos conceitos básicos de trigonometria tais quais: na conversão de medidas de ângulos em radiano para grau e vice-versa; na construção de tabelas trigonométricas e de gráficos de funções periódicas. De acordo com os autores “esta combinação, juntamente com a avaliação constante das estratégias adotadas ao longo das atividades, possibilitou explorar os vários aspectos dos conteúdos considerados como subsunções para a construção de uma função trigonométrica” (p. 1141).

ASPECTOS METODOLÓGICOS – SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINAR TRIGONOMETRIA NO EM

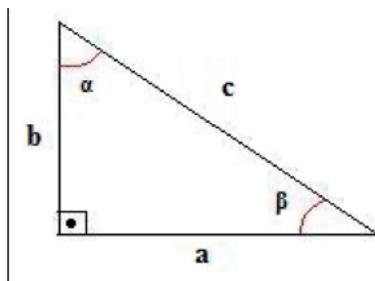
Nesta seção vamos apresentar nossa proposta de sequência didática e as possíveis possibilidades de abordagens para favorecer a aprendizagem de acordo com os documentos oficiais e com o referencial teórico adotado.

Atividade 1: Revendo um velho conhecido (SÃO PAULO, 2018 - adaptada)

O triângulo retângulo é uma das figuras geométricas mais famosas. São poucas as pessoas que nunca precisaram usar essa forma geométrica em alguma situação real. Isso se deve às suas várias propriedades que permitem uma variedade de aplicações no mundo real. Nesta atividade vamos descobrir e usar algumas dessas propriedades.

a) Observe a figura a seguir e responda: quantos triângulos há nessa figura?

Considerando as medidas apresentadas, use uma calculadora para calcular as razões indicadas: $\frac{CG}{AG} =$ ______ $=$ $\frac{DH}{AH} =$ ______ $=$ $\frac{EF}{AF} =$ ______ $=$

Todas essas razões foram aproximadamente iguais? dê uma justificativa para isso acontecer.

b) Diante dessa descoberta é possível imaginar que outras razões poderiam ser estabelecidas entre as medidas dos lados dos triângulos retângulos. Olhe novamente para a figura e escreva outras razões desse tipo. Dentre as razões que se pode escrever entre as medidas dos lados dos triângulos retângulos algumas se destacam:

c) Com o estabelecimento dessas razões foi possível calcular o valor do seno, cosseno e tangente de uma infinidade de ângulos. Aqui está uma tabela com esses valores para os ângulos mais usados (ângulos notáveis).

	seno	**cosseno**	**tangente**
30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Sugestões para discussões: em todo triangulo retângulo com um ângulo interno de 30º a relação entre o cateto oposto e a hipotenusa (razão trigonométrica seno) é $\frac{1}{2}$, isso significa que o cateto oposto tem a metade do comprimento da hipotenusa. Já com relação ao cosseno de 45º ser igual ao seno de 45º, isso significa que qualquer triangulo retângulo com um ângulo interno de 45º possui dois catetos com as mesmas medidas e que $cos 45º = sen 45º = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0{,}707$ significa que o cateto oposto ou adjacente tem aproximadamente 70,7% do comprimento da hipotenusa neste tipo de triangulo (Habilidade BNCC EF07MA24 e Nível 3 do modelo de Van Hiele). Possibilidade de articulação com o ciclo trigonométrico (habilidade EM13MAT306) que tem o raio/hipotenusa = 1 unidade e os infinitos pontos da

circunferência que formam infinitos triângulos retângulos e suas projeções (projeção eixo vertical – cateto oposto – função seno; projeção eixo horizontal – cateto adjacente – função cosseno) para cada ponto da circunferência – conceito de continuidade das funções seno e cosseno – já a função tangente (contraexemplo) não é continua em todo o seu domínio (por ex.: $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \nexists$ generalizando D(tg) = $\{x \in R / \, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z\}$.

Atividade 2: Construção e utilização de um Teodolito (SANTOS, 2015 adaptado).

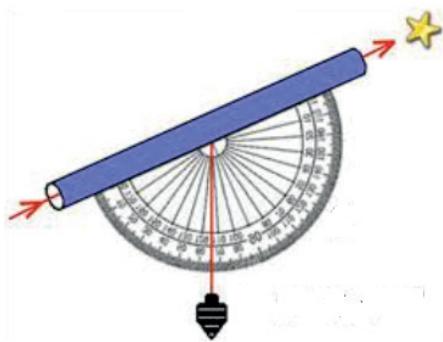



Figura 1 – Imagem Teodolito

Fonte: http://iffmauricio.pbworks.com/w/file/fetch/103401959/Andr%C3%A9_PD_Oficina2.pdf

Medindo a altura do ponto mais alto em uma sala de aula ou de uma caixa d'água no terreno da escola. Esquema para coleta de dados (altura do observador (Y), distância entre observador e objeto que terá a altura medida (*d*) e a medida do ângulo (α) através do teodolito)

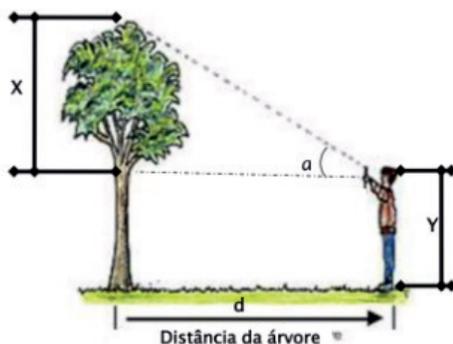



Figura 2 – Esquema para visualização do problema proposto.

Fonte: https://pt.slideshare.net/mathfms/o-teodolito-e-a-trigonometria-2541599

Para facilitar a coleta e organização dos dados, utilize o Quadro a seguir:

Ação	Instrumento	Cálculo	Resposta
Medir altura do observador (*Y*)			
Medir distância do observador ao objeto (*d*)			
Medir ângulo marcado no teodolito (θ)			
Calcular o complementar de α ($\alpha = 90° - \theta$)			
Identificar a razão trigonométrica utilizada. Usar calculadora para calcular o valor da razão trigonométrica escolhida.			
Calcular altura (*X*). Lembre-se que $h = Y+X$			

Sugestões para discussões: Nesta atividade precisa se atentar nas dificuldades apresentadas pelos alunos no manuseio dos instrumentos de medidas (régua/ trena/ fita métrica para medir as distâncias e no teodolito para medir ângulos) como apresentado nas pesquisas supracitadas nesta comunicação. Pode-se trabalhar com os conceitos de semelhança de triângulos e de razões trigonométricas associados as seguintes habilidades: EF06MA24, EF09MA12, EF09MA13 e EM13MAT308 e explorar o uso da calculadora cientifica para o cálculo do valor da razão trigonométrica adotada, que neste caso será a razão trigonométrica *tangente* pois relaciona os dois catetos do triângulo retângulo utilizado na situação.

Atividade 3: A Roda Gigante (Matemática Multimidia adaptada)

O objetivo desta atividade é a introdução do conceito de funções periódicas e discutir suas propriedades através da utilização de materiais concretos.

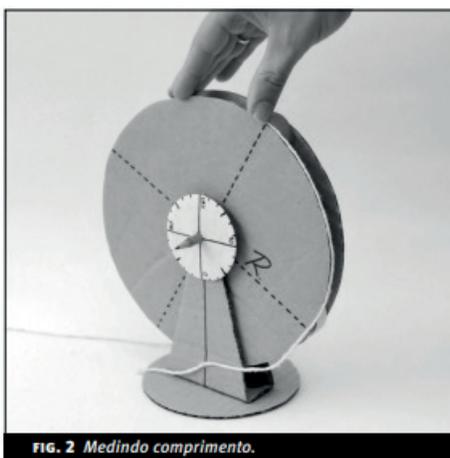



Imagem 1 – A Roda Gigante construída com papelão, tampas de garrafas pets, palitos, barbante e cola quente.

Fonte: Matemática Multimídia (https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1033)

Instruções para coleta de dados: Preencha a tabela a seguir com a informações coletadas a partir do recurso didático (Roda Gigante).

Os alunos devem mover a Roda Gigante em sentido anti-horário e fazer medições da altura da tampinha com uma régua/trena/ fita métrica (as tampinhas estão coladas nas posições 0º, 45º, 90º e assim sucessivamente). Devem registrar a altura e o ângulo deslocado para 20 diferentes posições em duas voltas efetuadas na Roda Gigante.

Ângulo (radiano)	**Altura (cm)**
...	...

Obs.: para converter medida de ângulo em grau para radiano se atente para a seguinte igualdade: 180º = πrad

Depois, os alunos devem repetir o mesmo procedimento, mas agora deve anotar em outra tabela o comprimento percorrido por um ponto na extremidade da roda-gigante em função da altura do ponto. Para medir o comprimento percorrido, os alunos devem usar o barbante.

Comprimento (cm)	Altura (cm)
...	...

Construção de gráficos (em papel quadriculado): colhidas as informações necessárias nas tabelas, os alunos devem fazer dois gráficos marcando os pontos em um plano cartesiano.

Gráfico 1: ângulo (radianos) x altura (cm)

Gráfico 2: comprimento barbante (cm) x altura (cm)

Sugestões para discussões: Nesta atividade precisa se atentar (novamente) nas dificuldades apresentadas pelos alunos no manuseio dos instrumentos de medidas (régua/ trena/ fita métrica/ transferidor de grau). Explorar as relações entres as duas tabelas (medida dos ângulos em graus e radianos e a questão da periodicidade entre as duas voltas na Roda Gigante). Com relação a periodicidade se atentar aos conceitos de amplitude, imagem e domínio da função (discutir a questão do eixo ser em radianos em não em graus nos materiais didáticos). A habilidade a ser explorada nesta atividade será a EM13MAT306 e a conversão do registro tabular para o registro gráfico de acordo com TRRS (DUVAL, 2009).

Atividade 4: A periodicidade da pressão sanguínea (SÃO PAULO, 2017)

O gráfico a seguir representa a variação da pressão (**P**, em milímetros de mercúrio (mmHg)) nas paredes dos vasos sanguíneos em função do instante (**t**, em segundos) em que a medida da pressão foi realizada.

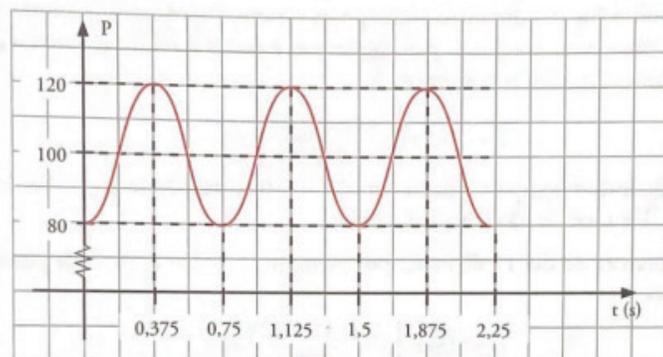



Imagem 2 – Gráfico pressão sanguínea x tempo

Fonte: São Paulo (2017, p. 53)

Observando que a imagem da função é o intervalo [80, 120], que a amplitude é 20 e que o período é 0,75 = $\frac{3}{4}$, podemos escrever a equação da função:

$$P(t) = 100 - 20cos\left(\frac{8\pi t}{3}\right)$$

a) Calcule a medida da pressão no instante 2 segundos.

b) Quais são os instantes de tempo entre 0 e 1 segundo em que a pressão sanguínea é igual a mmHg.

Sugestões para discussões: Nesta atividade temos os registros: gráfico e algébrico da função periódica que podem ser utilizados para resolução. Pode-se explorar a soluções gráficas (aproximadas) e as soluções algébricas (exatas). Através do gráfico dá para explorar as principais características de funções periódicas: $f(x) = Acos(Bx) + C$ (relação dos coeficientes: A → amplitude (proporcional), B → período (inversamente proporcional), C → translação eixo vertical; imagem (valores no eixo *y*); amplitude (máximo e mínimo), período: T = $\frac{2\pi}{B}$ (grandezas inversamente proporcionais), domínio da função (valores no eixo *x*). A habilidade a ser explorada nesta atividade será a EM13MAT306 e o *tratamento* e a *conversão* entre os registros de representação acordo com TRRS (DUVAL, 2009).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta comunicação foi compartilhar uma sequência didática para o ensino de trigonometria recorrendo a utilização de materiais concretos com o intuito de potencializar a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio. Recorremos a pesquisas relacionadas sobre o assunto e as teorias de aprendizagem: modelo para o desenvolvimento do pensamento geométrico (VAN HIELE, 1984) e a Teoria de Registros e Representação Semiótica (DUVAL, 2009). Esperamos que esta sequência didática possa contribuir para a melhoria da aprendizagem de conceitos trigonométricos.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) pela bolsa concedida para participar do Programa de Educação Tutorial (PET) PET Matemática Araguaia.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

GALVÃO, M. E. E. L.; SOUZA, V. H. G.; MIASHIRO, P. M. **A transição das razões para as funções trigonométricas.** BOLEMA, Rio Claro - SP, v. 30, n. 56, p. 1127 - 1144, dez. 2016.

GONÇALVES, F. A.; GOMES, L. B.; VIDIGAL, S. M. P. **Materiais manipulativos para o ensino de figuras planas** (recurso eletrônico). Organizadoras: Katia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz. Porto Alegre: Penso, 2016 (Coleção Mathemoteca; v. 4).

KALEFF, A. M.; HENRIQUES, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G. **Desenvolvimento do pensamento geométrico - o modelo de van Hiele.** BOLEMA, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

MOTA, T. B.; JUCÁ, R. S.; PINHEIRO, C.A.M. **Uma análise de erros nas relações trigonométricas no triângulo retângulo.** In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. PUCPR. Curitiba, 18-31 jul. 2013.

OLIVEIRA, J. E. M. **A trigonometria na educação básica com foco em sua evolução histórica e suas aplicações contemporâneas.** Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MINAS GERAIS, 2013.

PORTAL M3 – A roda-gigante (**Matemática Multimídia**). Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/ . Acesso em: 12 de abril de 2023

RAMOS, R. C. S. S.; PEREIRA, L. M.; GAI, S. M.; HEBERLE, A. G. P. **Oficina de ensino de trigonometria para a educação básica - construção e análise de materiais**. In: XX EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul, Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil, 13-16 nov. 2014.

SANTOS, L. A. M. **Utilização de material concreto no ensino de matemática: uma experiência com o teodolito caseiro no ensino de trigonometria**. 2015, 87 f.: il. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Fundação Universidade Federal de Rondônia, porto Velho, 2015.

SANTOS, M. B.; PAZ, L. K. S.; AMANCIO, V. S.; SILVA, J. S. B.; SILVA NETO, J. F.; COSTA, C. L. **Ensinando e aprendendo trigonometria no ensino médio**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**,** São Paulo – SP**,** 13 a 16 de julho de 2016.

SÃO PAULO. **Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo**. Caderno do Aluno – Matemática, Ensino Médio, 2ª série, Volume 1, 2014-2017.

SÃO PAULO. **Sequência didática: razões trigonométricas.** 3ª **Série do Ensino Médio**, Matemática, São Paulo, 2018

SILVA, A. S.; TELES, R. A. M. **Convergências entre o livro didático e o ensino de função quadrática: um olhar sob os registros de representação semiótica**. Revista Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v. 22, n. 2, p. 604-634. 2020.

ZABALA, A. **A Prática Educativa: como ensinar.** Tradução Ernani F. da F. Rosa, Reimpressão 2010 – Porto Alegre: Artmed, 1998.

ILUSÃO ÓPTICA ALIADA À MATEMÁTICA: FORMAS LÚDICAS DE ENSINO

Data de aceite: 01/02/2024

Lidiane da Silva Araujo
Licenciatura em Matemática, IFPI-*Campus* Teresina Central

Naraiane Santiago de Oliveira
Licenciatura em Matemática, IFPI-*Campus* Teresina Central

Luana Aguiar de Almeida
Licenciatura em Matemática, IFPI-*Campus* Teresina Central

Clarissa de Oliveira Rubim Sousa
Licenciatura em Matemática, IFPI-*Campus* Teresina Central

Francismar Holanda
Mestrado em Matemática, IFPI- *Campus* Teresina Central

INTRODUÇÃO

O presente relato, produzido a partir de experiências vivenciadas durante o desenvolvimento do projeto de extensão "Números em ação: a comunidade interagindo com a matemática", do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI, *Campus* Teresina Central, discorre sobre como abordar a matemática de forma lúdica e interativa, de modo a desconstruir os pré-conceitos estigmatizados acerca de sua complexidade. O projeto tinha o intuito de despertar o interesse dos alunos em aprender matemática, potencializando o processo de ensino e aprendizagem e visando a aproximação da abstração dos conteúdos matemáticos à realidade dos alunos.

Para Dantas (2016), a Matemática é de grande relevância tanto na vida pessoal quanto empresarial das pessoas, visto que a todo momento empregam-se seus métodos e conteúdos — seja explícita ou implicitamente. Ao aliarmos suas vivências ao processo de ensino e aprendizagem, há uma otimização em relação ao interesse e à absorção dos conteúdos. Desse modo, os alunos veriam a matemática com outros olhos, desconstruindo sua fama de complexidade.

Assim, ao usar o Flip como recurso didático, pretendeu-se fazer uso da interdisciplinaridade entre Matemática e Física, abordando os conteúdos de ilusão

de óptica, proporção e alguns conceitos geométricos. De modo a entreter os alunos e incentivá-los a aprender matemática.

RELATO DE EXPERIÊNCIA

O projeto de extensão, que envolvia a interdisciplinaridade entre matemática e física, foi desenvolvido no IFPI por graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, visando com que os alunos desenvolvessem interesse pela matemática abordando-a de forma lúdica e interativa. Nesse contexto, foi criado o Flip, um instrumento que projeta imagens por meio de barras paralelas proporcionais que, quando movimentada, reproduz uma animação por meio da ilusão de óptica.

Segundo Gibson (1986) *apud* Parisoto e Hilger (2016, p.66) a ilusão de óptica "decorre da interpretação da informação que chega do ambiente até os nossos olhos e o que o cérebro interpreta ou produz. Ela inicia nos olhos e termina no córtex visual, dependendo tanto do ambiente externo como do interno."

Seguindo essa temática, o Flip, material didático resultante do projeto, foi confeccionado sobre uma placa de acrílico, com barras paralelas e espaçamento padronizado matematicamente através de proporções, em uma escala de 7:1, conforme a Figura 02. As barras foram feitas com fita isolante em um espaçamento de 3mm a cada 21mm. A base que sustenta a placa de acrílico foi feita de compensado (Figura 03) e os desenhos, denominados cenas, em papel A3 (Figura 01). Na fase teste, foram utilizadas folhas A4 e placas transparentes com barras de mesmas proporções.

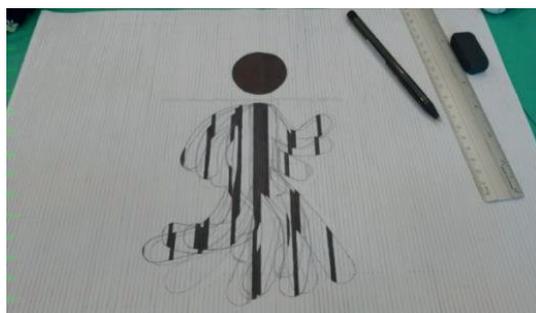



Figura 01: Confecção das cenas, desenhos estáticos na folha A3.

Fonte: Própria (2022).

Figura 02: Confecção da placa de acrílico com barras paralelas, para animação das cenas.

Fonte: Própria (2022).

Figura 03: Flip, recurso didático resultante do projeto de extensão Números em Ação: a comunidade interagindo com a Matemática.

Fonte: Própria (2022).

O Flip, apresentado na figura 03, produz a ilusão de óptica quando movimentamos os desenhos estáticos (cenas), ao longo da placa de acrílico com barras paralelas proporcionalmente padronizadas. A "mágica" explicada pelos princípios da ilusão de óptica ocorre quando as partes hachuradas dos desenhos se enquadram nos espaços vazados da placa, chamados de tempos, fazendo com que o cérebro processe a ideia de que há movimento no desenho que está sendo deslocado no Flip.

O material produzido foi apresentado em eventos do IFPI, tais como a VII Mostra de Biologia e a visita de alunos da escola campo do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência-PIBID ao Laboratório de Modelagem Matemática.

Figura 04: VII Mostra de Biologia: apresentação do Flip, Teresina-PI

Fonte: Própria (2022).

Observou-se, durante a exposição do material, o encantamento do público pelo fato daquele objeto sem nenhum vínculo digital ser capaz de produzir animações, o que despertou o interesse pelo seu funcionamento. Diante disso, os acadêmicos explicaram o conceito de proporcionalidade envolvido na construção do Flip, bem como o conceito físico de ilusão de óptica, fazendo essas demonstrações com o próprio material.

Ao longo do processo de construção foram encontrados desafios que repercutiram na trajetória acadêmica, enriquecendo o processo de aprendizagem na busca de conhecimentos e na importância de conceitos matemáticos e suas aplicações no cotidiano. Essa experiência contribuiu no entusiasmo e determinação de compartilhar e aplicar tais conhecimentos de forma lúdica e interativa.

CONCLUSÕES

Finalizando as apresentações do Flip, constatou-se que os espectadores foram cativados pelo instrumento didático que aborda a interdisciplinaridade de matemática e física. De modo que, ao aliarmos o lúdico e os conteúdos programados na grade curricular à realidade dos alunos, conclui-se que pode haver uma otimização do processo educacional. Assim, ao relacionarmos a matemática a situações reais, saímos da abstração e a compreensão de conceitos se torna mais significativa, contribuindo para a desconstrução da ideia de complexidade.

REFERÊNCIAS

DANTAS, T. P. **Educação Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: Abrindo Página, 2016.

PARISOTO, M.; HILGER, T. Investigações da aprendizagem de conceitos de óptica utilizando ilusões para turmas de pré-vestibular. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 9, n. 1, p. 62-98, jan./abr., 2016.

O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E A CIVILIZAÇÃO HUMANA: UMA SÍNTESE HISTÓRICA

Data de aceite: 01/02/2024

Clovis cruz de Sousa
UFSM

RESUMO: Este trabalho tem como objetivo trazer algumas reflexões acerca da produção histórica do conhecimento matemático. Neste sentido, para atingir o intuito proposto, ele expõe o desenvolvimento de um estudo teórico que apresenta uma recapitulação histórica da construção do conhecimento matemático produzido pela civilização humana, ao longo do tempo, o qual é fruto das relações do sujeito com o meio/objeto e outros indivíduos, promovendo, desta forma, o surgimento do patrimônio cultural abstrato, pragmático, material e imaterial da humanidade. A história do conhecimento matemático, contido neste trabalho também destaca que a necessidade, a vontade de conhecer e a curiosidade têm impulsionado a humanidade a criar instrumentos, ferramentas e artefatos, ou seja, tecnologias que visam prolongar a vida, mitigar ameaças e satisfazer desejos. Isso resultou na produção de conhecimento relacionado à matemática, que eram empregados de forma pragmática para solucionar problemas do cotidiano nas comunidades antigas. No entanto, essa capacidade de aprender e compreender as adversidades e intempéries, impulsionadas pela pressão das necessidades, foi se aperfeiçoando à medida que aumentava o grau de complexidade na vida social, econômica, política. Esses aspectos interferiram e interferem na qualidade de vida das sociedades, dos primórdios da civilização até os tempos modernos. O presente texto ressalta ainda que a trajetória do conhecimento matemático, em apoio à civilização humana, no decorrer do tempo, do paleolítico à modernidade - enfrentou e superou muitas dificuldades causadas pelo autoritarismo e pela busca pelo poder. Porém, a natureza presenteou a humanidade com personalidades ou pessoas imbuídas de espírito de sacrifício/renúncia que, por meio da sua inteligência, dedicação, entusiasmo, conhecimento e resiliência, promoveram e contribuíram com o bem social da humanidade. Neste sentido, este trabalho menciona, ainda, personalidades e estudiosos da matemática que deixaram um rico acervo científico em prol da civilização humana: Euclides, Pitágoras, Sócrates, Platão, Aristóteles, Galileu Galilei, Issac Newton, Leibniz, Clairaut, Felix Klein e Euclides Roxo.

PALAVRAS-CHAVE: Conhecimento matemático. História da Matemática. Ensino e aprendizagem.

PRIMEIRAS PALAVRAS

Este trabalho é uma revisão bibliográfica de clássicos da Educação Matemática – Moura (2011) e Miorim (1998) – e tem o objetivo de discutir sobre a importância da historicidade da produção do conhecimento matemático.

Neste sentido, sabe-se que os nossos ancestrais, na luta pela sobrevivência, criaram ferramentas para suprir as suas necessidades fisiológicas e instrumentalizar a sua estrutura corporal, visando a sua defesa e a da prole. Essa produção de artefatos ocorria por meio das interações com a natureza e seus pares, ou seja, era o homem manipulando e transformando o seu entorno e a si, na busca por superar as dificuldades cotidianas de um meio hostil. Esses processos ontológicos e produtivos, consequentemente, fizeram com que surgissem diversos conhecimentos ou saberes socioculturais que seriam transmitidos às futuras gerações e/ou aperfeiçoados diacronicamente.

Podemos imaginar o quanto de conhecimento matemático permeava aquele cotidiano, pois acredita-se que os nossos antepassados chegavam à conclusão do tamanho, peso, forma ou outra característica mensurável daqueles instrumentos ou ferramentas rudimentares, com as quais eles pudessem manusear com determinada habilidade e destreza. Assim, fica subentendido que existiam alguns conhecimentos matemáticos contidos nas produções e nesses artefatos.

Divagando um pouco mais em relação ao Paleolítico, somos levados a refletir sobre as dimensões de tempo e espaço, sobre a noite e o dia, claro e escuro, entre outros aspectos que influenciavam e moldavam as atitudes e os comportamentos do homem primitivo. Assim, ficamos curiosos para saber em que momento eles dormiam, acordavam, alimentavam-se, ficavam em alertar e observavam também o comportamento de suas presas, caças, inimigos e os fenômenos naturais que ocorriam naquele espaço. Havia um certo domínio do ser humano sobre a natureza e os outros animais.

Portanto, nos primórdios da civilização humana, o homem produzia instrumentos, ferramentas e outros artefatos rudimentares com a intenção de prolongar o seu tempo de vida e daqueles sob a sua responsabilidade. Assim, inconscientemente e de forma intuitiva, o ser humano convivia com conceitos matemáticos que iam sendo criados e que seriam apropriados por seus descendentes milhares de anos depois.

A seguir, com o objetivo de trazer algumas reflexões acerca da produção histórica do conhecimento matemático, discorremos, pautados em especial no trabalho de Miorim (1998), sobre a jornada realizada pelo conhecimento matemático. Percorremos desde a sua produção motivada pela necessidade do cotidiano, a vontade de conhecer e pelo simples prazer de saciar a curiosidade do homem – de querer compreender a ocorrência de

determinados acontecimentos e fenômenos naturais – à sua forma empírica e pragmática empregada pelas antigas civilizações, passando pelo uso do formalismo sistemático de Euclides, o período de reclusão nos mosteiros na era medieval, até a inclusão do elemento unificador: a função.

O HOMEM E A BUSCA PELA PRODUÇÃO DE CONHECIMENTOS

Estudos apontam que não só a necessidade fez o homem produzir conhecimento, podemos incluir ainda a curiosidade, ou seja, a busca do "por qual razão" determinado fenômeno acontece. Logo, era o início do ser humano na busca do "conhecer", motivado principalmente pela observação, que é uma forma essencial de obtenção de conhecimento. Nesse sentido, vamos ao encontro da seguinte afirmação:

> Conhecer! Eis a palavra que parece encerrar o significado do combustível *"necessidade"* que tem movido o homem ao longo dos anos nesta criação de respostas a problemas apresentados pela dinâmica da vida na terra. Conhecer para satisfazer a curiosidades e diminuir esforços, motivos mobilizadores para o ato de criar (MOURA, 2011, p. 4).

No Neolítico e com o conhecimento mais apurado sobre os fenômenos naturais e fixado à terra – pois as experiências com o nomadismo o fizeram chegar à conclusão de que regiões com abundância de água são mais propícias à manutenção da vida – o homem passa a viver em comunidades, realiza plantações, cria animais, estabelece normas sociais, desenvolve-se em sociedade e, juntamente com a família, cria outros instrumentos e aperfeiçoa os existentes. Desta forma, gera nova tecnologia e conhecimentos novos que passam a ser disseminados aos membros da comunidade. Consequentemente, de forma não intencional, natural, intuitiva e instantânea, os pais transmitem aos seus filhos valores, crenças, princípios e artes. Podemos dizer que nasce uma determinada educação familiar. Logo, os mais velhos ensinam aos mais jovens, como afirma Miorim:

> Nesse tipo de sociedade todos tinham, também, os mesmos "direitos", inclusive a um mesmo tipo de educação. Mas seria possível falar da existência de algum tipo de educação entre os povos primitivos? A resposta a essa questão vai depender da maneira como encaramos o processo educativo. Caso aceitemos que a transmissão dos conhecimentos, crenças e práticas adquiridas pelo grupo social às futuras gerações, como forma de garantir a sobrevivência da espécie, pode ser entendida como uma forma de educação, diremos que sim. As crianças aprendiam todos os conhecimentos, crenças e práticas, naturalmente, na convivência cotidiana com os adultos, nas atividades e festividades da tribo. Sem dúvida, não era uma educação intencional, planejada (MIORIM, 1998, p.7).

Assim, essas comunidades foram embriões civilizatórios, que por sua vez tornaram-se aglomerados populacionais complexos, entre os quais destaca-se a Civilização Egípcia (à beira e no Rio Nilo), a Civilização Mesopotâmica (no Rio Tigres e Eufrates), a Civilização do Vale do Indo (no Rio Indo) e a Civilização Chinesa (no Rio Amarelo). Todas elas

promoveram o desenvolvimento de conhecimento matemático de natureza empírica, por meio do uso da razão, da observação dos céus e dos fenômenos naturais, na busca de soluções de problemas do seu cotidiano, visando suprir as suas necessidades e saciar as curiosidades de pessoas ilustres daquelas sociedades.

Esse crescimento populacional passa a demandar outras necessidades, até então não existentes, como o controle mais apurado sobre a produção de alimentos, o registro das transações comerciais, o controle do tempo, a produção de armas para a defesa contra inimigos, o controle de enchentes, pragas, a observação dos céus e o posicionamento dos astros, a construção de moradias, a navegação marítima, entre outras ligadas à vida da população e ao desenvolvimento da civilização. Logo, cria-se uma rede de serviços que atenderia à sociedade vigente. Devemos observar também que essas demandas impulsionavam e fariam surgir conhecimentos matemáticos cada vez mais sofisticados.

Os serviços ligados à produção de grãos, ao comércio e à navegação, por exemplo, exigiam o emprego contínuo de representações simbólicas ou signos, para os quais algumas civilizações desenvolveram técnicas de contagem, empregando uma trabalhosa estratégia de numeração e, por vezes, utilizavam partes do corpo como elemento de contagem para quantificar mercadorias, outros produtos e bens, pois

> Apesar de já existirem os primeiros rudimentos para registro de números, o cálculo das operações tinha de ser realizado com o auxílio de outros elementos. As técnicas digitais e corporais, existentes desde o período primitivo, foram as primeiras a serem utilizadas. Julgava-se a tarefa difícil. Pelo menos é o que nos sugere um antigo texto encontrado em uma pirâmide, no qual um espírito maligno desafiava a alma de um faraó a provar que era capaz de contar nos dedos (MIORIM, 1998, p. 8).

Todavia, esses sistemas ou estratégias de contagem, controle ou numeração não eram suficientes e não davam conta das necessidades advindas da complexidade causada pelo desenvolvimento nas sociedades antigas. Logo, exigiam novos mecanismos de controle, ou seja, novos conhecimentos matemáticos. Com o passar do tempo, a contagem e a forma de calcular foram se aperfeiçoando, e num determinado momento da história da civilização humana, um método de contagem se impôs. Contudo, estamos nos referindo aos séculos XVI e XVII da era cristã.

A contínua expansão das comunidades antigas ocasionava o aumento da complexidade das relações políticas, econômicas, sociais, culturais e religiosas na época, e consequentemente, o aumento de suas necessidades, que na maior parte eram saciadas por soluções com o emprego do cálculo matemático, mesmo que neste não houvesse uma fundamentação teórica. Nesse sentido, foi empregando a racionalidade e o empirismo que a matemática proporcionou suporte às civilizações antigas na busca de atender às suas necessidades e resolver problemas que surgiam no seu cotidiano frequentemente.

Sabe-se que foi uma longa trajetória vivida pelo binômio “civilização-conhecimento matemático” até chegarmos a Euclides, que passa a dar um novo caráter ao conhecimento

matemático: a formalização e o sistema de demonstrações, iniciado por Pitágoras. No entanto, esse conhecimento se desconecta da realidade empírica, do mundo sensorial e do concreto.

Podemos afirmar que Euclides não priorizava o pragmatismo, ou seja, o empirismo, pois ele estava

> Preocupado com o rigor das demonstrações, o estudo não tinha nenhuma ligação com as experiências sensíveis. Era uma geometria especulativa, com sua capacidade intrínseca de desenvolver o espírito, considerada um elemento fundamental para a formação geral do estudante, enquanto a geometria prática, por ser considerada apenas uma aplicação, destinava-se apenas aos futuros técnicos [...] As mesmas características podem ser também observadas na proposta do ensino da aritmética – a ciência teórica dos números (MIORIM, 1998, p. 24).

As matemáticas – Geometria, Aritmética e Álgebra – foram potencialmente trabalhadas na Grécia Antiga, na qual se destacaram várias linhas de pensamento educativas/filosóficas, como os sofistas, as escolas de Sócrates, Platão, Pitágoras de Samos e a Aristotélica. No entanto, apenas os pertencentes às classes privilegiadas teriam acesso.

Com a queda do império romano do ocidente no século V, os conhecimentos matemáticos ficam restritos aos mosteiros durante a Idade Média e lá permaneceram por um longo tempo sob o domínio da igreja, sendo empregados a favor da doutrinação religiosa. Novas metodologias de ensino e aprendizagem foram utilizadas, como o emprego da leitura silenciosa e o estudo das artes liberais: a gramática, a retórica, a dialética, a aritmética, a geometria, a música, e a astronomia. As matemáticas foram postergadas, pois, "*naquela* época, *as matemáticas foram estudadas no Ocidente apenas com o objetivo de entender mais profundamente as escrituras sagradas[...]*" (MIORIM, 1998, p.28), porém sofreu alguns avanços.

A caminhada das matemáticas durante a "Idade das Trevas" (termo cunhado pelos humanistas do século XVII para se referir ao período compreendido entre os séculos IV e XV) foi bastante exaustiva, deixada de lado, com pouco progresso e com ênfase em Euclides. No entanto, revigora-se com o surgimento da Modernidade. Inicialmente, ela encontra em Galileu Galilei (1564 - 1642) um novo processo de comprovação/provação/formação/explicação dos fenômenos por meio de deduções matemáticas, conciliando, enfim, o racional ao formalismo, respeitando o tradicional (senso comum) e o científico (culto). Esse método também foi empregado por Isaac Newton (1642 - 1727) posteriormente.

Inicia-se a ciência moderna e, com isso, as matemáticas transformam-se na Matemática, devido ao surgimento do conceito de função e do cálculo infinitesimal. Temos assim o nascimento da Matemática Moderna, onde tudo pode ser quantificado por um elemento unificador: a função. Desta forma, não podemos esquecer de Leibniz (1646 - 1716), Clairaut (1713 - 1765) que deu continuidade às obras de Newton, e Felix Klein (1849

- 1925), matemático alemão que potencializou a Matemática entre os séculos XIX e XX, propondo mudanças no sistema de ensino, com

> [...] uma renovação do ensino de Matemática baseada em mudanças tanto na escola secundária como nos estudos universitários. Por um lado, defendia a atualização da Matemática na escola secundária, de maneira a ficar mais próxima do desenvolvimento moderno dessa área e, também, dos últimos avanços científicos e tecnológicos. De outro, acreditava que a Universidade deveria modificar a sua proposta de ensino, levando em consideração as necessidades do futuro professor (MIORIM, 1998, p. 69).

Felix Klein visualizava e se preocupava com o ensino, pois a escola deveria inserir o aluno na realidade à sua volta, tornando-o consciente da ciência e tecnologia vigentes, e a universidade teria a missão de promover uma formação docente que se preocupasse com as reais necessidades do professor no seu local trabalho na escola (sala de aula).

Essa subjetividade de Klein é refletida e influencia diversos educadores no mundo, inclusive no Brasil, como o professor de Matemática Euclides Roxo, do Colégio Pedro II, que propôs, em 1940 o seguinte:

> Entre nós, até 1929, o ensino de aritmética, o de álgebra e o de geometria eram feitos separadamente. O estudante prestava, pelo regime de preparatórios que vigorou até 1925, um exame distinto para cada uma daquelas disciplinas [...]. Em 1928, propusemos à Congregação do Colégio Pedro II a modificação dos programas de matemáticas, *de acordo com a orientação do moderno movimento de reforma* e a consequente unificação do curso em uma disciplina única sob a denominação de matemática [...] (ROXO, 1940, pp.73-4, grifo nosso apud MIORIM, 1998, p. 92).

Concluímos, enfim, que a efetiva proposta da transformação "das matemáticas" em "Matemática", pelos educadores brasileiros, veio a ocorrer no final da segunda década do século XX, com a tão famosa reforma Francisco Campos, sendo somente consolidada pelo Decreto n.º 21 241, de 4 de abril de 1932. Ressaltemos, ainda, que o movimento brasileiro de implantação da matemática moderna no sistema educacional brasileiro tinha como escopo os mesmos ideais de Felix Klein ao idealizar a renovação no ensino secundário alemão.

Contudo, não podemos afirmar que o movimento de modernização da matemática no Brasil tenha alcançado seus objetivos. No entanto, ele certamente alterou as formas de ensino, modificou as edições de material didático de matemática de introduziu o conceito de função na rotina de docentes e alunos da escola secundária. Mas, *as propostas de modificação aconteceram de forma lenta e paulatina [...] Ainda hoje, podemos perceber a presença de suas ideias não apenas nas discussões teóricas sobre o assunto, mas também na Prática da Educação Matemática"* (MIORIM, 1998, p.115).

Destaquemos, ainda, que o Movimento para a Modernização do Ensino de Matemática não se amparava somente no distanciamento que havia entre o ensino secundário e o superior e na defasagem que existia entre o ensino e o conhecimento

produzido pela ciência e tecnologia existentes à época. Outro fator que deu suporte ao segundo movimento foram os estudos sobre a psicologia que estavam em andamento naquele período, como o de Jean Piaget, que “orientaram as propostas do Movimento da Matemática Moderna”, (MIORIM, 1998, p.115).

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este texto foi composto com o objetivo de trazer algumas reflexões acerca da produção histórica do conhecimento matemático. Assim, mostramos a longa caminhada realizada pelo conhecimento matemático, que se inicia a partir do momento em que o homem se fixa à terra, logicamente menos exposto aos perigos, garantindo, desta forma, o prolongamento de sua vida, pois aperfeiçoa a instrumentalização existente e cria outras, por causa das novas necessidades e curiosidades.

Consequentemente, produz novos conhecimentos, incrementando o acervo cultural humano vigente. Com o aumento da complexidade das comunidades (futuras cidades) devido ao aumento populacional, o lema era “conhecer” e “saciar a curiosidade”. Havia sujeitos e tempo para o “ócio” e à contemplação.

Assim, o saber matemático passa, com a sua aplicabilidade pragmática, pelas primeiras civilizações humanas, sofrendo então grandes transformações e descobertas até chegar na Grécia antiga, onde é formalizado, tornando-se mais sofisticado, lógico e teórico. Nesse processo, a praticidade, o pragmatismo, o empirismo e a técnica das matemáticas são relegados a segundo plano. Infelizmente, durante o período medieval, sua peregrinação sofre retrocessos, apesar de alguns ganhos.

Mas, felizmente, reemergiu em meados do século XVI com Galileu e chega à modernidade cada vez mais revigorado, principalmente após a introdução do elemento unificador a função nas matemáticas, que as transformou em “a matemática”, reunindo a Geometria, a Álgebra e a Aritmética numa só ciência. Essa é a Matemática presente nos documentos curriculares na atualidade.

REFERÊNCIAS

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

MOURA, Manoel Oriosvaldo. **Educar con las matemáticas: saber específico y saber pedagógico.** Revista Educación y Pedagogía, v. 23, p. 47-57, enero-abril, 2011.

Fabrício Moraes de Almeida: Possui Doutorado em Física pela UFC (2005) com Pós-doutorado - UFMT/CNPq (2009). E também com formação em Matemática/ Engenharia de Computação/Produção. Têm várias pesquisas científicas com temas de Engenharia Elétrica, Computação/Produção; Inovação, Modelagem, Gestão e Desenvolvimento Regional; Modelagem Matemática/Computacional e pesquisas multidisciplinares. É líder do grupo de pesquisa Gestão da Inovação e Tecnologia - GEITEC/UFRO. Já orientou dezenas de teses, dissertações e monografias. Adicionalmente, com centenas de publicações científicas em diversas revistas internacionais e nacionais. *E também foi Chefe de Departamento do curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica da Fundação Universidade Federal de Rondônia entre 2012 e 2019* (para saber mais, acesse: https://eletrica.unir.br/homepage). E algumas áreas de atuação, são: Ciência de dados e Engenharia; Engenharia de computação; Engenharia de Software, Engenharia Elétrica; Engenharia de Produção; Gestão, Tecnologia e Inovação; Modelagem e Ciências Ambientais; Sistema de Computação e Energia.

Ademais, têm especializações pela FUNIP (2020/2023), em: Engenharia Elétrica, Engenharia de Produção, Engenharia de Controle e Automação Industrial; Engenharia de Software e Análise e Desenvolvimento de Sistemas. Tem experiência com: consultoria de pesquisa, tecnologia, engenharia, inovação e negócios; mais de 20 anos de experiência com administração e gerência de empresas públicas e privadas; também com vasto conhecimento em gestão de projetos; mais de 22 anos de estudos/pesquisas com computação e análise de dados. Atualmente, é professor-associado 3 da Universidade Federal de Rondônia. Desde 2012, é professor do Departamento de Engenharia Elétrica. E docente do Programa de Pós-graduação: Doutorado/Mestrado em Desenvolvimento Regional e Meio Ambiente – UFRO, desde 2014. Além disso, entre 2023/2024 era Bolsista de Desenvolvimento Tecnológico Industrial do CNPq-DTI Nível A com projeto na área de Inteligência Artificial aplicada ao Agronegócio.

http://lattes.cnpq.br/5959143194142131

ÍNDICE REMISSIVO

EXPLORANDO O UNIVERSO DA MATEMÁTICA

TEORIA E APLICAÇÕES

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Ano 2024

EXPLORANDO O UNIVERSO DA MATEMÁTICA

TEORIA E APLICAÇÕES

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2024